Formelsammlung TM

I. Kinematik

Bewegung in Zylinderkoordinaten:

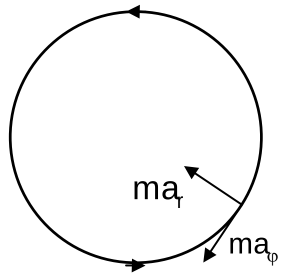
$$\boxed{\vec{r} = r\vec{e}_r + z\vec{e}_z}$$

$$\boxed{\vec{v} = v_r\vec{e}_r + v_\varphi\vec{e}_\varphi + v_z\vec{e}_z = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{e}_z}$$

$$\boxed{\vec{a} = a_r\vec{e}_r + a_\varphi\vec{e}_\varphi + a_z\vec{e}_z = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\vec{e}_r + \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\vec{e}_\varphi + \ddot{z}\vec{e}_z}$$

haüfig $\boxed{a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2}$

$\boxed{a_\varphi = r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}}$



Kräfte entgegen der Bewegungsrichtung eintragen

$$\left|F_\varphi\right| = \sqrt{F_\varphi^2 + F_r^2}$$

Momentanpol: 2 Punkte P mit $\vec{v}_p$ und Q mit $\vec{v}_q$

Im Schnittpunkt der Senkrechten zu $\vec{v}_p$ und $\vec{v}_q$ liegt Momentanpol M

Bewegung kann als <u>reine</u> Drehung um den Momentanpol abhandelt werden (d.h. nur Rotationsenergie)

Bem: bei drehender Walze (kein Gleiten !) oft sinnvolle Behandlung

Rastpolbahn: Lage aller Momentanpole im <u>raumfesten</u> Bezugssystem

$$\boxed{x_M = x_A - \frac{\dot{y}_A}{\omega}}$$

$$\boxed{y_M = y_A + \frac{\dot{x}_A}{\omega}}$$

Gangpolbahn: Lage aller Momentanpole im <u>körperfesten</u> Bezugssystem

$$\boxed{\bar{x}_M = \frac{1}{\omega}\left(-\dot{y}_A \cos\varphi + \dot{x}_A \sin\varphi\right)}$$

$$\boxed{\bar{y}_M = \frac{1}{\omega}\left(\dot{y}_A \sin\varphi + \dot{x}_A \cos\varphi\right)}$$

II. Arbeits- und Energiesatz

Energiesatz: $E_{k1} - E_{k0} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_1} \vec{F}\,d\vec{r} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ (unbrauchbar)

$$\boxed{E_{k1} = E_{kin} + E_{pot} + E_{rot} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}J\omega^2}$$

nur im konservativen Kräftefeld gültig, dann aber recht sinnvoll!

Federenergie: $\boxed{E_C = \frac{1}{2}cx^2}$

bzw. bei ***Drehfeder***: $\boxed{E_C = \frac{1}{2}c\varphi^2}$

Rotationsenergie: $\boxed{E_{rot} = \frac{1}{2}\frac{L^2}{J} = \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2}$

Arbeitssatz: $$\boxed{\int_{\vec r_0}^{\vec r_1} \vec F d\vec r = \tfrac{1}{2} m v_1^2 - \tfrac{1}{2} m v_0^2}$$

nur für zeitfreie Lösung geeignet

Federkraft: $\boxed{F_C = -cx}$

Drehfedermoment: $\boxed{M_C = \alpha\varphi}$

Dämpfer: mit laminarer Ausströmung: $\boxed{F_W = k\dot x}$ (geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer)

mit turbulenter Ausströmung: $\boxed{F_W = k\dot x^2}$

Corioliskraft: $\boxed{F_{Coriolis} = 2m\omega\dot x}$

Leistung: $$\boxed{P = \frac{dE}{dt} = \vec F \dot{\vec x}}$$

Wirkungsgrad: $$\boxed{\eta = \frac{\text{genutzte Leistung}}{\text{aufgenommene Leistung}}}$$

III. Impuls- und Stoßvorgänge

Impulsatz: $$\boxed{m\vec v(t_0) - m\vec v(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \vec F dt = \vec J}$$

Impulserhaltung:

Drehimpulserhaltung:

gelten immer !!!

wobei ***Drehimpuls:*** $\boxed{L = J\dot\varphi = mr\dot x}$

Vorbemerkung: v = Geschwindigkeit vor dem Stoß
V = Geschwindigkeit nach dem Stoß

Vollplastischer Stoß: Beide Massen bleiben nach dem Stoß zusammen

$$\boxed{V_2 = V_1 = V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}}$$

Vollkommen elastischer Stoß: keine Energieverluste

$$\boxed{V_1 = v_1 - \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\left(v_1 - v_2\right)}$$

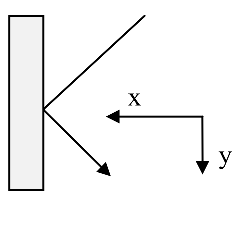
$$\boxed{V_2 = v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\left(v_1 - v_2\right)}$$

Wirklicher elastischer Stoß:

Grundsätzliche derartiges Koordinatensystem wählen

Stoßzahl: $$\boxed{\varepsilon = \frac{V_2 - V_1}{v_1 - v_2}}$$

Stoß auf ideal glatte Fläche: $\boxed{V_x = -\varepsilon v_x}$



$$\boxed{V_y = v_y}$$

Wirkungsgrad: $$\boxed{\eta = \frac{\Delta E_{kin}}{E_{kin,\,vorher}}}$$

Vorgehensweise: 1. ε - Bedingung aufstellen
2. Impulserhaltungssätze aufstellen