Physik Formeln

von Gerald Meier

1 Geradlinige Bewegung

Geschwindigkeit
$v(t) = \dot{x}(t)$

Beschleunigung
$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t)$

Impuls
$p = m \cdot v$

Kraft
$F = \dot{p} = m \cdot \ddot{x}$
Grundgesetz der Mechanik

Anziehung von zwei Körpern
$$F = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
γ: Gravitationskonstante

Hookesche Gesetz
$F = -Dx$
D: Federkonstante

Arbeit A
$$A = \int F(x)dx$$

kineteische Energie
$$W_{kin} = \frac{p^2}{2m} = \frac{m}{2} v^2$$

Leistung P
$$P = \dot{W} = \frac{A}{t}$$

Hamiltonfunktion
$$H(p, x) = \frac{p^2}{2m} + W_{pot}(x)$$

Hamilton Formalismus
$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{p}{m} \qquad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x} \qquad m\ddot{x} + \dot{p} = 0$$

Gedämpfter Oszillator
$$x(t) = x_0(t)\cos(\omega' t + \varphi)$$
$$x_0(t) = x_0 \cdot e^{-\delta \cdot t}$$
$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \delta^2} \qquad \delta = \frac{c}{m}$$

$\delta^2 > \omega^2$: Schwingfall
$\delta^2 = \omega^2$: Aperiodischer Grenzfall
$\delta^2 < \omega^2$: Kriechfall

Gütefaktor Q
$$Q = \frac{\omega}{2\delta} = \omega \cdot \tau$$
Q groß $\rightarrow$ kleine Dämpfung
Q klein $\rightarrow$ große Dämpfung

erzwungene Schwingungen
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Dx - F_0 \sin(\omega \cdot t + \varphi) = 0$$

Gekoppelter Oszillator
$$\ddot{x} + \omega_0{}^2 x + \frac{D}{m}(x - y) = 0$$

Als konservative Kräfte bezeichnet man Kräfte, die ausschließlich Funktion des Ortes sind.

Energieerhaltungssatz:
In einem abgeschlossenen System bleibt, wenn nur konservative Kräfte vorhanden sind, die Summe aus kinetischer und potentieller Energie konstant.

Phasenlage bei gedämpften erzwungenen Schwingungen
Für $\omega < \omega_0$ ist die Phasenverschiebung klein. Für $\omega = \omega_0$ geht die Phase durch 90° und für große w geht sie gegen 180°.

2 Drehbewegungen

Bahngeschwindigkeit
$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

Beschleunigung
$\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v}$

Radialkraft
$\vec{F}_{rad} = \vec{\omega} \times \vec{p}$

Drehmoment
$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Drehimpuls
$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$

Trägheitsmoment
$J = mr^2$

Anziehung von zwei Körpern

$$\vec{F}(r) = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

Schwerpunktkoordinate

$$\vec{R}_S = \frac{\sum_i m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Keplersche Gesetze:
- Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren Brennpunkt die Sonne steht.
- Der Fahrstrahl von der Sonne zum Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
- Die Quadrate der Umlaufzeiten verschiedener Planeten verhalten sich wie die Kuben der qroßen Halbachsen.

3 Zusammengesetzte Systeme

Schwerpunktkoordinate

$$\vec{R}_S = \frac{\sum_i m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Schwerpunktsatz

$$M \cdot \dot{R}_S = P_{ges}$$

Impulserhaltungssatz

$$P_{ges} = const$$

Relativkoordinate

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

Relativbewegung

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}_1 - \dot{\vec{r}}_2$$

reduzierte Masse

$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

Impuls des Schwerpunktes

$$\rightarrow \dot{\vec{r}} = \frac{\vec{P}_r}{\mu_2} \qquad \dot{\vec{P}}_r = \vec{F}(r)$$

$$\rightarrow \vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \vec{r}$$

4 Spezielle Relativitätstheorie, bewegte Bezugssysteme

Lorentztransformation für Ort

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Zeitdehnung

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Addition von Geschwindigkeiten

$$v_g = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Längenkontraktion

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

Relativistische Masse

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

kinetische Energie

$$W_{kin} = \left(m - m_0\right)c^2$$

Relativistische E-p-Relation

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^{\,2} c^4$$

Radialkraft bei Rotation (siehe oben)

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

Corioliskraft

$$F = 2m\omega \cdot v$$

Einstein 1905:
Relativitätsprinzip
Die Grundgesetze der Physik sind in allen Inertialsystemen, die sich relativ zueinander mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, identisch

Konstanz der Lichtgeschwindigkeit
In jedem Inertialsystem breitet sich Licht nach allen Seiten mit konstanter Geschwindigkeit c aus.

5 Mechanik deformierbarer Medien

Elastizitätsmodul E

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{E \cdot q}$$

q: Querschnittsfläche

Schub- oder Schermodul G

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{G \cdot q}$$

Kompressionsmodul Q

$$-\frac{\Delta V}{V} = \frac{F}{Q \cdot q}$$

Schallausbreitung

$$v = \sqrt{E/\rho}$$

ρ: Dichte

Oberflächenenergie ε

$$\varepsilon = \frac{Energie}{Oberfläche} = \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

Oberfächenkraft

$$F = \frac{W}{s} = \frac{A \cdot \varepsilon}{s}$$

Oberflächenspannung σ

$$\sigma = \frac{F_R}{l}$$

F_R: Am Rand angreifende Kraft
l: Länge des Randes

Steighöhe bei Kapilareffekt

$$h = \frac{2\varepsilon}{g\rho \cdot r} \sim \frac{1}{r}$$

r: Radius des Rohres

Dichte ρ

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Druck p

$$p = \frac{F}{A}$$

Strömung durch Rohr

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt}$$

→ Kontinuitätsgleichung

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

Strömung

$$\rho \cdot \frac{dv}{dt} = -\frac{dp}{ds}$$

Bernoulli-Gleichung

$$\underbrace{\rho \cdot \frac{v^2}{2}}_{Staudruck} + \underbrace{p}_{statischer\ Druck} = p_g = const$$

Reibung (Viskosität) η

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

z: Abstand

Strömungsgeschwindigkeit in Rohr

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta \cdot l} \cdot \left(R^2 - r^2\right)$$

R: Rohrradius
r: Abstand von der Mitte

Hagen-Poiseuillesche Gesetz

$$\frac{V}{t} = \frac{\Pi}{8} \cdot \frac{p_1 - p_2}{\eta \cdot l} \cdot R^4 \sim R^4$$

(Flüssigkeitsstrom durch Rohr)

Reynoldsche Zahl R

$$R = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta} = \frac{E_{kin}}{E_{Wirbel}}$$

l: Problem bestimmende Länge

Druckwiderstand W

$$W = C_W \cdot A \cdot \underbrace{\frac{\rho \cdot v^2}{2}}_{Staudruck}$$

C_W: Widerstandszahl

Stokessche Gesetz

$$\vec{F} = 6\Pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{v}$$

Reibungskraft einer Kugel mit
Radius r in Medium mit η

Grenzgeschw. bei Fall einer Kugel in Medium

$$m \cdot g = 6\Pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

$$v = \frac{m \cdot g}{6\Pi \cdot \eta \cdot r}$$

Kapillarität
Bei benetzenden Flüssigkeiten beobachtet man, daß in engen Rohren, also in Kapillaren der Flüssigkeitsspiegel höher steigt als in weiten Röhren. Bei nicht benetzenden Flüssigkeiten kommt es zur Kapillardepression, d.h. der Flüssigkeitsspiegel sthet tiefer.

Archimedische Prinzip
Ein Körper, der in eine Flüssigkeit oder ein Gas eintaucht, erleidet eine Kraft nach oben, die so groß ist, wie das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit oder des Gases.

Strömungen, bei denen sich die Stromlinien zeitlich nicht ändern, nennt man stationäre Strömungen.

Wenn man Strömungsverhältnisse an einem Modell untersuchen will, so muß man dafür sorgen, daß die **Reynoldschen Zahlen** gleich sind. Nur dann hat man die gleichen Verhältnisse vorliegen. Für Strömungen mit großer Reynoldscher Zahl Re beobachtet man, daß C_W in guter Näherung eine Konstante ist. Der Widerstand W ist dann proportional zu v^2. Für Strömungen mit kleiner Reynoldscher Zahl gilt W~1/Re. Der Widerstand ist unter diesen Umständen proportional zu v.

6 Temperatur und Zustandsgleichungen

Wärmestrom dQ/dt
Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{dQ}{dt} = -\chi \cdot A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

A: Querschnitt der Verbindung
Δx: Länge der Verbindung
χ: Wärmeleitkoeffizient

Wiedemann-Franz Gesetz

$$\chi \sim \sigma$$

σ: elektr. Leitfähigkeit

Wärmewiderstand R_{th}

$$\Delta T = R_{th} \cdot \frac{dQ}{dt}$$

Zustandsgleichung idealer Gase

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \qquad R = k \cdot N_L$$
$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

Van-der-Waals Zustandsgleichung

$$\left[p + \frac{a}{V^2}\right] \cdot [V - b] = R \cdot T$$

$\frac{a}{V^2}$: Binnendruck b: Eigenvolumen

ideales Gas:
- Wechselwirkung der Atome und Moleküle untereinander sind vernachlässigbar.
- Eigenvolumen der Atome und Moleküle sind vernachlässigbar.

7 Die Hauptsätze der Wärmelehre

Innere Energie U

$$dU = \delta Q + \delta A$$

Entropie S

$$dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T}$$

kalorische Zustandsgleichung

$$U = \tfrac{3}{2} nRT$$

eutropische Zustandsgleichung

$$S_2 - S_1 = nR\left[\tfrac{3}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1}\right]$$

1. Hauptsatz der Wärmelehre
Die innere Energie U ist eine Zustandsgröße, d.h. der Energieunterschied dU zwischen zwei Zuständen ist unabhängig vom Weg, auf dem die Zustandsänderung vollzogen wird. Für die Änderung der inneren Energie gilt:

$$dU = \delta Q + \delta A$$

2. Hauptsatz der Wärmelehre
Die Entropie ist eine Zustandsgröße. Insbesondere bei Kreisprozessen ist die Änderung der Entropie Null.
dS=0 für reversible Prozesse
dS>0 für irreversible Prozesse

8 Einige spezielle Zustandsänderungen

Wärmekapazität C

$$\Delta Q = C \cdot \Delta T = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Q: Wärmemenge
c: spezifische Wärmekapazität

molare Wärmekapazität c_{mol}

$$c_{mol} = \frac{C}{M}$$

Dulong-Petit Gesetz

$$c_{mol} = 25 \tfrac{J}{mol \cdot K} = const$$

für Festkörper für T>>θ
θ: Debeye-Temperatur

Spezifische Wärme c_V bei V=const
$c_V = \frac{3}{2} R$

Spezifische Wärme c_p bei p=const
$c_p = c_V + R$
für 1 mol

adiabatische Zustandsänderung
$p \cdot V^{\chi} = const \quad \chi = \frac{c_p}{c_V}$
$T \cdot V^{\chi - 1} = const$

Carnot'scher Wirkungsgrad η
$\eta = \frac{T_{heiß} - T_{kalt}}{T_{heiß}}$

Wirkungsgrad η
$\eta = \frac{|\bar{\partial} A|}{|\partial Q|}$

Arbeit A
$A = \Delta p \cdot \Delta V$

Dampfdruckgleichung
$p(T) = p_0 \cdot e^{-\frac{Q_V}{R \cdot T}}$

Clausius-Clopeyron-Gleichung
$\frac{dT}{T} = \frac{dp \cdot (V_b - V_a)}{Q_{ab}}$

Bei adiabatischen reversiblen Prozessen gilt $\Delta Q = 0 \Rightarrow \Delta S = 0$

9 Einige Ergebnisse der statistischen Thermodynamik

Energie pro Freiheitsgrad
$E = \frac{1}{2} k \cdot T$

Innere Energie
$U = \frac{f}{2} k \cdot T \cdot N = \frac{f}{2} R \cdot T$
f: Freiheitsgrade i.A. f=3

Boltzmannfaktor
$p_i \sim e^{-\frac{E}{kT}}$

Maxwell'sche Geschwindigk.vrtlng.
$p(v) = \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \left(\frac{m}{kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$

lin. Temperaturkoeffizient α
$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \cdot \Delta T$

Volumenausdehnungskoeffizient γ
$\frac{\Delta V}{V} = \gamma \cdot \Delta T \qquad \gamma = 3 \cdot \alpha$

10 Laufende und stehende Wellen

Frequenz: $\upsilon = \frac{\omega}{2\Pi}$
Wellenvektor: $k = \frac{2\Pi}{\lambda}$

Amplitude: A
Intensität: A^2

Ausbreitungsgeschwindigkeit
$v = \frac{\omega}{k}$
$= \lambda \cdot \upsilon$

(nach links) laufende Welle
$y = A \sin(\omega \cdot t - kx)$

stehende Welle
$y = 2A \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(-kx)$

(nach rechts) laufende Welle
$y(r,t) = A \cdot e^{i(k \cdot r - \omega \cdot t)}$

Fouriertransformationen
$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int g(\omega) \cdot e^{i\omega \cdot t} d\omega$
$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int f(t) \cdot e^{-i\omega \cdot t} dt$

Unschärfe der Fouriertransformation
$\Delta\omega \cdot \Delta t = 2\Pi$
$\Delta x \cdot \Delta k = 2\Pi$

Minima der Beugung am Spalt
$\sin \alpha_{\min} = \frac{n\lambda}{d}$

Maxima der Beugung am Gitter
$\sin \alpha_{\max} = \frac{n\lambda}{d}$

Brechungsgesetz
$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v}{v'}$

Phasengeschwindigkeit
$v = \frac{\omega}{k}$
$= \lambda \cdot \upsilon$

Gruppengeschwindigkeit

$$v = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}$$

Dopplereffekt

$$\omega' = \omega \cdot \left(1 + \frac{v}{v_0} \cos\theta\right)$$

v: Geschwindigkeit der Quelle
v_0: Ausbreitungsgeschw. der Welle

transversale Welle:
Die Schwingung findet senkrecht zur Ausbreitungsrichtung statt.

longitudinale Welle
Die Schwingung findet in Ausbreitungsrichtung statt.

Fouriertheorem:
Jede (hinreichend anständige) Funktion kann als Summe oder Integral über sin- und cos-Anteile dargestellt werden.

Gruppen- und Phasengeschwindigkeit sind nur dann verschieden, wenn eine Dispersion vorliegt, d.h. wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle von der Wellenlänge abhängt.

Phasenverschiebung von $\lambda/4 \rightarrow$ zirkular polarisierte Welle

11 Elementare Quantenmechanik

Energie-Frequenz-Relation

$$E = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega$$

Impuls

$$p = \hbar \cdot k = \frac{h}{\lambda}$$

Heisenberg'sche Unschärferelation

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

$$\hbar = \frac{h}{2\Pi}$$

12 Grundlagen der Elektrodynamik

Transport von Ladung

$$Q = I \cdot t$$

Stromdichte durch Fläche A

$$j = \frac{I}{A}$$

elektrische Ladungsdichte

$$\rho = \frac{dQ}{dV}$$

Geschwindigk. v der Ladungsträger

$$j = \rho \cdot v$$

Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I$$ R=const.

Leistung P

$$P = U \cdot I$$

13 Das elektrische Feld

Kraft auf q im elektrischen Feld

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

elektrischer Fluß durch Fläche A

$$\Phi_A(E) = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

elektrischer Fluß durch Oberfläche

$$\Phi_o(E) = \oint_O \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q/\varepsilon_0$$

Maxwellsche Gleichung

$$\oint_O \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \cdot dV$$

E-Feld einer Punktladung

$$E = \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Kraft zwischen zwei Ladungen

$$\vec{F} = \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

r: Abstand

Spannung zwischen zwei Punkten

$$U_{21} = \phi(r_2) - \phi(r_1) = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Potential einer Punktladung

$$\phi(r) = \frac{q}{4\Pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

Kapazität

$$U = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q}{A} d \qquad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

damit $Q = C \cdot U$

Energiedichte im elektrischen Feld

$$\frac{W}{V} = \tfrac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

Superposition des E-Feld

$$\vec{E} = \sum_i \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \vec{e}_r$$

Laplace-Gleichung

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$

Statische elektrische Felder treten in der Umgebung geladener Körper auf. Sie entstehen immer, wenn geladene Körper vorhanden sind, und sie entstehen nur dort. Im statischen Fall gibt es keine ringförmig geschlossenen Feldlinien. Die Kräfte auf Probeladungen sind an jeder Stelle des Raumes nach Betrag und Richtung eindeutig und ändern sich nur stetig mit dem Ort.

Wir definieren, daß die Feldlinien von den positiven zu den negativen Ladungen zeigen.

Elektrische Feldlinien stehen auf Leitern immer senkrecht zur Oberfläche.

14 Das magnetische Feld

Kraft auf bewegte Ladung

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Hall-Spannung

$$U_H = \frac{j}{\rho} \cdot B \cdot d$$

magnetischer Fluß

$$\Phi_A(B) = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Maxwellsche Gleichung

$$\oint_O \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Linienintegral längs einer Kurve

$$\oint_K \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot I$$

Amperesches Gesetz

$$\oint_K \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot \int_{A_K} j \cdot dA$$

Kraft zweier stromdurchfl. Drähte

$$F = \frac{\mu_0}{2\Pi} \frac{I}{r} l^2$$

l: Länge r: Abstand

B-Feld eines stromdurchfl. Drahtes

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\Pi r}$$

r: Abstand

B-Feld in einer stromdurchfl. Spule

$$B = \mu_0 \cdot n/l \cdot I$$

n/l : Wicklungen pro Länge

Biot-Savartsches Gesetz

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\Pi} \cdot \frac{Id\vec{s} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Superposition des B-Feldes

$$B = \sum_i d\vec{B}_i$$

Die magnetischen Feldlinien sind geschlossen. Es gibt keine magnetischen Ladungen (magnetische Monopole), bei denen die magnetischen Feldlinien entstehen können. Das B-Feld ist an jeder Stelle des Raumes eindeutig, d.h. die Feldlinien zeigen keine Unstetigkeiten und überschneiden sich nicht.

15 Zeitabhängige elektromagnetische Felder

Indukrionsgesetz

$$\oint_K \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_{A_K} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$U = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

E-Feld um stromdurchfl. Spule

$$E = -\frac{\mu_0}{2\Pi} \cdot \frac{n \cdot A}{l \cdot r} \cdot \frac{dI}{dt}$$

Maxwellscher Verschiebungsstrom

$$j_V = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 \cdot \dot{E}$$

$\rightarrow$ Amperesches Gesetz

$$\oint_K \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot \int_{A_K} j \cdot dA + \varepsilon_0 \mu_0 \cdot \int_{A_K} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Maxwellsche Gleichungen

$$\oint_K \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_{A_K} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint_K \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot \int_{A_K} j \cdot dA + \varepsilon_0 \mu_0 \cdot \int_{A_K} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint_O \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \cdot dV$$

$$\oint_O \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Zeitlich veränderliche magnetische Felder umgeben sich mit ringförmig geschlossenen elektrischen Feldern.
Zeitlich veränderliche elektrische Felder umgeben sich mit ringförmig geschlossenen magnetischen Feldern.

$\int U(t)dt$ nennt man Spannungsstoß

$\int I(t)dt$ nennt man Stromstoß

16 Wechselstromkreise

Ladestrom eines Kondensators

$I = I_0 e^{-t/RC} \qquad I_0 = U_0/R$

R: vorgeschalteter Widerstand

Selbstinduktion einer langen Spule

$$L = \mu_0 \frac{n^2 A}{l}$$

Spannungsverh. am Transformator

$$\frac{U_p}{U_s} = \frac{n_p}{n_s}$$

Das Zeitverhalten des RC-Kreises wird charakterisiert durch das Produkt RC, das man als Zeitkonstante des RC-Kreises bezeichnet.

Als Zeitkonstante des RL-Kreises tritt das Verhältnis L/R auf.

Impulsverformung des RC-Tiefpaßes
Für eine Impulsbreite T >> RC findet praktisch keine Verformung statt. Die hier diskutierte Schaltung läßt also bevorzugt niedrige Frequenzen durch. Man bezeichnet sie daher in der Elektronik als Tiefpaß.

Impulsverformung des RC-Hochpaßes
Impulse mit T << RC bleiben praktisch unverformt. Diese Schaltung läßt also bevorzugt hohe Frequenzen durch. Man bezeichnet sie daher als Hochpaß

17 Materie in elektromagnetischen Feldern

potentielle Energie

$W_{pot} = q \cdot \Phi$

Φ: Potential

Energie bei durchlaufen von U

$W = q \cdot U$

Potential eines Monopols

$$\Phi = \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e}{r} \sim \frac{1}{r}$$

Dipolmoment

$\vec{w} = q \cdot \vec{l}$

l: Abstand

Potential eines Dipols

$$\Phi = \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0} \cdot \frac{ql\cos\theta}{R^2} \sim \frac{1}{R^2}$$

l: Abstand der Pole
θ: Winkel bzgl. Achse

Drehmoment auf Dipol im E-Feld

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$= q \cdot \vec{l} \times \vec{E}$$
$$= \vec{w} \times \vec{E}$$

induziertes elektrisches Dipolmom.

$$\vec{w} = \varepsilon_0 \cdot \underbrace{4\Pi R^3}_{\alpha} \cdot \vec{E}$$

R: Atomradius

α: atomare Polarisierbarkeit

elektrische Polarisation P

$$\vec{P} = n\vec{w} \qquad n = \frac{\text{Zahl der Atome}}{\text{Volumen}}$$

n: Atomdichte

Verschiebungspolarisation

$$\varepsilon = 1 + \frac{n\alpha}{1 - \frac{1}{3} n\alpha}$$

E-Feld im Plattenkondensator mit/ohne Dielektrikum

$$\frac{E(ohne)}{E(mit)} = \varepsilon = \frac{1}{1 - n\alpha} \approx 1 + n\alpha$$

Gesamtpolarisation bei Orientierungspolarisation

$$P = \frac{n_0 w^2}{3kT} E$$

Dielektrizitätskonstante bei Orientierungspolarisation

$$\varepsilon - 1 = \frac{n_0 w^2}{3\varepsilon_0 k} \cdot \frac{1}{T} \sim \frac{1}{T}$$

Drehmoment einer Leiterschlaufe

$$\vec{M} = \underbrace{I \cdot \vec{A}}_{\vec{\mu}} \times \vec{B}$$

μ: magnetisches Dipolmoment

potentielle Energie

$$W_{pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Magnetisierung M

$$\vec{M} = n\vec{\mu} \qquad n = \frac{\text{Zahl der Atome}}{\text{Volumen}}$$

Gesamtmagnetisierung

$$M = \frac{n \cdot \mu^2}{3kT} B$$

Permeabilität μ_p

$$\mu_p = \frac{B(mit)}{B(ohne)}$$

Permeabilität bei Paramagnetismus

$$\mu_p - 1 = \mu_0 \frac{n\mu^2}{3k} \cdot \frac{1}{T} \sim \frac{1}{T}$$

Das Drehmoment sucht den elektrischen Dipol in Richtung des E-Feldes auszurichten. Diese Lage muß ein Minimum der potentiellen Energie sein.

Bringen wir den Dipol in ein äußeres inhomogenes elektrisches Feld, so ist die Feldstärke am Ort der beiden Ladungen +q und -q auch dem Betrage nach verschieden. Es tritt also insgesamt eine Kraft F auf. Befindet sich die Ladung -q an der Stelle x und die Ladung +q an der Stelle x+l, so gilt für die Kraft:

$$F = q[E(x+l) - E(x)] = q \cdot l \cdot \frac{[E(x+l) - E(x)]}{l}$$

Gehen wir zum Grenzwert $l \to 0$ über, dann erhalten wir

$$F = w \cdot \frac{dE}{dx}$$

Diamagnetismus

Die Permeabilität μ diamagnetischer Stoffe ist kleiner, als die des Vakuums (μ<1). Um einen solchen Stoff in ein inhomogenes Magnetfeld bringen zu können muß eine Kraft aufgewendet werden. Diamagnetische Stoffe werden durch ein inhomogenes Magnetfeld abgestoßen.

Paramagnetismus

Paramagnetische Stoffe besitzen bereits permanente magnetische Momente - bei diamagnetischen Stoffen werden diese erst durch das magnetische Feld geschaffen. Die Permeabilität liegt höher als die des Vakuums (μ>1). Paramagnetische Stoffe werden durch ein inhomogenes Magnetfeld angezogen.

Ferromagnetismus

Ferromagnetische Stoffe nehmen im Magnetfeld sehr hohe Magnetisierungen an, die dem Magnetfeld gleichgerichtet sind. Typisch dabei ist der Hysterese-Schleifen-Verlauf der Magnetisierung. Die Permeablität ferromagnetischer Stoffe ist höher, als die des Vakuums (μ>1).

18 Leitungsmechanismen des elektrischen Stromes

Ionenleitung

$$j = \sigma_0 \cdot E \qquad \sigma_0 = \frac{q^2 n_0}{6\Pi\eta \cdot R}$$

R: Ionenradius
v: Ionengeschwindigkeit
η: Zähigkeit der Flüssigkeit
n: Ionenkonzentration
q: Ladung der Ionen

$$R = \frac{\rho_0 \cdot l}{A} \qquad \sigma_0 = \frac{1}{\rho_0}$$

ρ_0: spezifischer Widerstand
σ_0: spezifische Leitfähigkeit

Beweglichkeit μ bei Ionenleitung

$$v = \underbrace{\frac{q}{6\Pi\eta \cdot R}}_{\mu} \cdot E$$

Beweglichkeit μ bei metall. Leitung

$$v = \underbrace{\frac{q}{k}}_{\mu} \cdot E$$

Bei Metallen nimmt bei zunehmender Temperatur die Leitfähigkeit ab. Mit zunehmender Temperatur schwingen die Ionen stärker um ihre Ruhelage. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Elektronen mit den Ionen stoßen, nimmt zu und damit der Widerstand. In einer Anzahl von Metallen und Metallegierungen bricht bei einer bestimmten Temperatur, der sog. Sprungtemperatur, der elektrische Widerstand zusammen. Man nennt dieses Phänomen Supraleitung.

Bei Halbleitern wird die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit durch den Bolzmannfaktor beschrieben. Wir beobachten also ein exponentielles Ansteigen der Leitfähigkeit mit der Temperatur.

$$P \sim e^{-\frac{W_B}{kT}}$$

W_B: Bindungsenergie der Elektronen

Man spricht von Eigenleitung des Ge, wenn alle beteiligten Ladungsträger vom Ge kommen. p-Leitung liegt vor, wenn dem Ge z.B. Ga eindotiert wurde, das nur 3 Valenzelektronen besitzt.

Bei der Ionenleitung gilt ebenfalls das Ohmsche Gesetz. Die Leitfähigkeit ist temperaturabhängig.

Faradaysche Gesetz der Elektrolyse
Zur Abscheidung eines Moles n-wertigen Substanz sind n·96487As erforderlich.

19 Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

Energie einer Spule

$$W = \tfrac{1}{2} L I^2$$

Energiedichte im Magnetfeld

$$\frac{W}{V} = \tfrac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

Frequenz des LC-Schwingkreises

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Energiestromdichte S
Poyntingscher Vektor

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{E} \times \vec{B}$$

Hertz'scher Dipol

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

Der Poyntingsche Vektor gibt an, wieviel und in welche Richtung elektromagnetische Energie transportiert wird.

20 Geometrische Optik

Brechungsgesetz

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_\beta}{n_\alpha}$$

Brechungsindex

$$n = \frac{c(Vakuum)}{c(Medium)}$$

Grenzwinkel der Totalreflexion

$$\frac{\sin\alpha_{tot}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_\beta}{n_\alpha}$$

Brennweite f einer Linse

$$\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

R: Krümmungsradien der Linse

Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

p: Objektabstand
q: Bildweite

Kombination von Linsen

$$\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Transportmatrix eines leeren Raums

$$\begin{pmatrix} r_2' \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1' \\ r_1 \end{pmatrix}$$

l: Länge

Transportmatrix einer dünnen Linse

$$\begin{pmatrix} r_2' \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1' \\ r_1 \end{pmatrix}$$

r': Steigung

Vergrößerung einer Lupe

$$V_L = \frac{a_D}{f}$$

a_D: deutliche Sehweite des Auges

Vergrößerung eines Mikroskops

$$V = \frac{a_D \cdot t}{f_O \cdot f_L}$$

f_O: Brennweite der Objektivlinse
f_L: Brennweite der Lupe
t: Tubuslänge

Fermatsches Prinzip
Von allen möglichen Wegen zwischen zwei Punkten A und B läuft ein Lichtstrahl denjenigen Weg, für den die benötigte Zeit ein Extremum ist.

Optischer Weg
Wegstrecke x Brechungsindex

21 Wellenoptik

Brewster-Winkel

$$\tan\alpha_{Br} = n$$

Absorptionskoeffizient χ

$$I = I_0 \cdot e^{-\chi \cdot d}$$

Maxima der Beugung am Gitter

$$\sin\alpha_{\max} = \frac{n\lambda}{d}$$

Auflösungsvermögen des Gitterspektralapparats

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot n$$

N: Zahl der Gitterstriche
n: Beugungsordnung

22 Quantenoptik

Strahlungsdruck

$$P = \frac{E}{c \cdot t \cdot A}$$

Compton-Effekt

$$h\upsilon' = \frac{h\upsilon}{1 + \frac{h\upsilon}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)}$$

Reflexionsgrad R

$$R = \frac{\text{reflektierte Strahlung}}{\text{einfallende Strahlung}}$$

Absorptionsgrad A

$$A = \frac{\text{absorbierte Strahlung}}{\text{einfallende Strahlung}}$$

Transmissionsgrad T

$$T = \frac{\text{durchgelassene Strahlung}}{\text{einfallende Strahlung}}$$

$$R + A + T = 1$$

Energiestromdichte S

$$S_i = \frac{\text{Strahlungsleistung}}{\text{Flä che}}$$

Kirchhoffsche Gesetz

$$\frac{S_i(\upsilon, T)}{A_i(\upsilon, T)} = const(\upsilon, T)$$

bei T = const

Wien’sches Verschiebungsgesetz
S hat Maximum bei ν_{max}

$$\nu_{max} \sim T$$

→ Messung der Sonnentemperatur

Stefan Boltzmannsche Gesetz

$$S = \sigma \cdot T^4 \qquad \sigma = \frac{\Pi^2 k^4}{60 c^2 \hbar^3}$$

Rayleigh-Jeans-Gesetz

$$S(\upsilon, T) \sim \nu^2 \cdot k \cdot T$$

Planck’sches Strahlungesetz

$$S(\upsilon, T) \sim \nu^2 \cdot h \cdot \nu \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h \cdot \nu}{k \cdot T}\right) - 1}$$

Einen Körper oder eine Substanz mit A=1 bezeichnen wir als einen schwarzen Körper. Er absorbiert die gesamte einfallende Strahlung.

Im Innern eines geschlossenen Körpers erhält man eine Strahlungsverteilung wie sie ein schwarzer Strahler emittiert.

23 Physik der Elektronenhülle

Energieniveaus

$$\Delta E = -R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

R: Rydberg-Konstante

Maxima der Beugung von Röntgenstrahlen am Kristallgitter

$$\sin\alpha_{max} = \frac{n \cdot \lambda}{d}$$

Bragg-Bedingung zur Oberflächenreflexion

$$n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin\alpha$$

$$P \rightarrow \hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$$

$$E \rightarrow \hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

$$x \rightarrow x$$

$$W_{kin} = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2$$

$$l \rightarrow \hat{l} = \hat{r} \times \hat{p} = -\hbar\vec{r} \times \vec{\nabla}$$

$$\hat{l}^2\psi \rightarrow l(l+1)\hbar^2\psi$$

$$\hat{l}_Z\psi \rightarrow m\hbar\psi$$

$$\hat{p}\psi = p\psi$$

Bohr:
1. Für ein schwingungsfähiges System gibt es eine Reihe von diskreten Energieniveaus E(n).
2. Bei einem Übergang zwischen zwei Energieniveaus wird die Differenz in Form eines Photons $h\nu = E(n_1) - E(n_2)$ abgegeben oder aufgenommen.

3. Korrespondenzprinzip: Für den Grenzfall großer Quantenzahlen soll diese Quantenmechanik die gleichen Ergebnisse liefern, wie die klassische Physik.

H-Atom
1. Berechne mv^2
2. Berechne Gesamtenergie
3. Löse nach r auf
4. $v=2\pi\rho\nu$
5. Löse nach ν auf
6. $h \cdot dm = 1/\nu \, dE$
7. Integration

24 Physik der Atomkerne

Interferenzbild

$$\sin\alpha_{\min} = \frac{\lambda}{d}\cdot 1{,}22$$

Kernradius R

$$R = r_0 \cdot A^{1/3}$$

r_0 = 1,2 fm .. 1,5 fm
A: Atomgewicht

Masse bei Massenspektrometer

$$m = \frac{r_B^{\,2} \cdot B^2 \cdot q}{r_E \cdot E}$$

Radioaktives Zerfallsgesetz

$$\frac{dN}{dt} = -\underbrace{\lambda N}_{\text{Aktivität}}$$

λ: Zerfallskonstante

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau}$$ τ: mittlere Lebensdauer

Halbwertszeit

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

D: Energiedosis

$$1\, J/kg = 1 Gy$$ (Gray)

H: Äquivalentdosis

$$1\, J/kg = 1 Sv$$ (Sievert)

$$D \cdot q = H$$

q: Qualitätsfaktor

Kernenergie
1. Spaltung: $^{235}U + n \rightarrow A + B + (2..3)n + E \quad E \sim 200\, MeV$
2. Fusion: $d + t \rightarrow {}^4He + n + 17{,}6\, MeV$
$^6Li + n \rightarrow {}^4He + t + 4{,}8\, MeV$

Radioaktivität

α:	$^{226}_{86}Ra \rightarrow {}^{222}_{84}Ru + {}^4_2He$	A → A-4	Z → Z-2
β:	$^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + e^- + \overline{\upsilon}$ (Neutrino)	A → A	Z → Z+1
γ:	$^{19}F^* \rightarrow {}^{19}F + \gamma$	A → A	Z → Z

25 Konstanten

Elementarladung

$$e = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, As$$

Viskosität von Wasser

$$\eta = 1{,}1 \cdot 10^{-2}\, poise = 1{,}1 \cdot 10^{-2}\, g/(cm \cdot s)$$

Erdbeschleunigung g

$$g = 9{,}81\, m/s^2$$

Gravitationskonstante γ

$$\gamma = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\, Nm^2/kg^2$$

allgemeine Gaskonstante R

$$R = 8{,}3\, J/(mol \cdot K)$$

Spezifische Wärmekapazität c von Wasser

$$c = 4{,}18\, Ws/gK$$

Plancksche Konstante

$$h = 6{,}6262 \cdot 10^{-34}\, Js$$

Elektrische Feldkonstante

$$\varepsilon_0 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}\, C/Vm$$

Magnetsiche Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\Pi \cdot 10^{-7}\, Vs/Am$$