Stoffsammlung Elektrotechnik

von Sascha Spors

V1.3 / 01.10.97

3.1 Maschenstromanalyse

Vorgehensweise

• Satz Fundamentalmaschen wählen
Graph -> vollsändiger Baum -> Baumkomplement -> Fundamentalmaschen
Ebenes Netzwerk: Fundamentalmaschen = Elementarmaschen
• Fundamentalmaschen: Jeden Zweig des Komplementes über den Baum schließen
• Maschenströme in den Fundamentalmaschen einführen
• Lineares Gleichungssystem aufstellen
Zu jeder Fundamentalmasche eine Maschengleichung aufstellen
• Gleichungssystem lösen, über Maschenströme alle Zweigströme und -spannungen darstellbar

Stromquellen

• Stromquellen entfernen
• Maschströme im verbleibenden Netzwerk einführen
• Stromquellen wieder einbauen, deren Ströme irgendwie im Verbleibenden Netzwerk schließen

Übertrager

• So tun, als wären Kopplungen nicht vorhanden
• Maschenströme einführen (el. isoliertes Teilnetz => eigener Baum)
• Maschengleichungen aufstellen, dabei aber Kopplung wieder berücksichtigen

3.2 Knotenpotentialverfahren

Vorgehensweise

• Bezugsknoten festlegen
• Spannungsquellen durch Kurzschlüsse ersetzten
• Potentiale auf Bezugsknoten einführen (Knotenpotentiale)
• Ströme in den Zweigen durch Knotenpotentiale ausdrücken
• Knotenregel auf die Knoten anwenden, Knotengleichungen aufstellen
• Spannungsquellen berücksichtigen
• Gleichungssystem lösen

4.1 Überlagerungssatz

Vorgehensweise

• Die in additiver Weise von n-Ursachen abhängige Wirkung entsteht als Überlagerung sämtlicher Teilwirkungen, die sich ergeben, wenn jeweils nur eine der Ursachen vorhanden ist und alle übrigen null sind.

4.2 Ersatzquellen-Sätze

Ersatzspannungsquelle

• Leerlaufspannung U_L bestimmen
• Innenwiderstand bestimmen $\underline{Z}_0$
Starre unabhängige Spannungsquellen durch Kurzschlüsse ersetzten,
Starre unabhängige Stromquellen durch Leerläufe ersetzten
• Theveninsches Ersatznetzwerk aufstellen
$\underline{U} = \underline{U}_L - \underline{Z}_0 \underline{I}$

Ersatzstromquelle

• Kurschlußstrom bestimmen $\underline{I}_K$

• Innenadmittanz bestimmen $\underline{Y}_0$

Starre unabhängige Spannungsquellen durch Kurzschlüsse ersetzten,
Starre unabhängige Stromquellen durch Leerläufe ersetzten

• Nortonsches Ersatznetzwerk aufstellen

$\underline{I} = \underline{I}_K - \underline{U}\,\underline{Y}_0$

• Verknüpfung zwischen beiden Darstellungen durch $\underline{I}_k = \underline{U}_L/\underline{Z}_0$

4.4. Das Tellegen-Theorem

Die Aussage

• $\sum u_{uv} i_{uv} = 0$ über alle Zweipole im Netzwerk, auch wenn die Spannungen nicht mit den Strömen verknüpft sind, d.h. man kann Ströme und Spannungen aus topologisch Übereinstimmenden Netzwerken entnehmen.

Der Umkehrsatz (Reziprozitätstheorem)

• Sind bei einem RLCÜ-Zweitor sind zwei Betriebszustände bekannt, so gilt $\underline{U}'_1\underline{I}_1+\underline{U}'_2\underline{I}_2 = \underline{U}_1\underline{I}'_1+\underline{U}_2\underline{I}'_2$

4.5 Der Satz von der maximalen Leistungsübertragung

• Eine mit $\underline{Z}$ belastete Quelle mit Innenwiderstand $\underline{Z}_0$ gibt maximale Wirkleistung an Z ab, wenn der Zusammenhang $\underline{Z} = \underline{Z}^*_O$ gilt.

5.2 n-Tore

Bartlettsches Symetrie-Theorem

• Strucktursymetrisches ZT längs seiner Symetrieachse in 2 Teile zerteilen. Eingangsimpedanz $\underline{Z}_1$ bei offener Symetrielinie bestimmen und Eingangsipedanz $\underline{Z}_2$ bei Kurzgeschlossener Symetrielinie bestimmen. So ergibt sich für die Impedanzmatrix:

$\underline{z}_{11} = \underline{z}_{22} = {}^1/_2\,(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)$

$\underline{z}_{12} = \underline{z}_{21} = {}^1/_2\,(\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2)$

6.3 Allgemeine Analyseverfahren für Einschwingvorgänge

Modifiziertes Maschenstromverfahren

• Netzwerkvariablen wählen: Maschenströme (->Maschenstromverfahren) + Kapazitätsspannungen

• falls eine Masche existiert deren Zweige nur mit Kapazitäten oder Spannungquellen besetzt ist, abhängige Kapazitätsspannungen durch unabhängige ausdrücken

• Gleichungssystem aufstellen: Maschengleichungen + Strom-Spannungsbeziehungen an den Kapazitäten

• Auf Zielform bringen

Modifiziertes Knotenpotentialverfahren

• Netzwerkvariablen wählen: Knotenpotentiale (->Knotenpotentialverfahren) + Induktivitätsströme

• falls ein Knoten existiert von dem nur Zweige mit Induktivitäten oder Stromquellen ausgehen, abhängige Induktivitätsstrome durch unabhängige ausdrücken

• Gleichungssystem aufstellen: Maschengleichungen + Strom-Spannungsbeziehungen an den Induktivitäten

• Auf Zielform bringen

Homogene Lösung des DGL-Systems

• Eigenwerte bestimmen: $\det(p\mathbf{E} - \mathbf{A}) = \mathbf{0}$

• falls Eigenwert einfach, Eigenvektor bestimmen: $(p_u\mathbf{E} - \mathbf{A})\mathbf{K}^u = \mathbf{0}$

• falls Eigenwert mehrfach, Rangabfall von $(p\mathbf{E} - \mathbf{A})$ bestimmen, Eigenvektor und Hauptvektoren bestimmen

• Homogene Lösung angeben

Inhomogene Lösung des DGL-Systems
• Lösungsansatz je nach Störfunktion ansetzten

6.5 Asymptotisch Stabilität von Netzwerken

Hurwitzsches Stabilitätskriterium
• Asymptotische Stabilität: Die Systemdeterminate muß ein Hurwitz-Polynom sein, d.h. sie darf nur Nullstellen in der linken Halbebene Re p < 0 haben.
• Notwendig und hinreichend dafür, daß alle Nullstellen der Systemdeterminate (des charakteristischen Polynoms) D(p) negativen Realteil haben sind bei $c_s>0$ die Forderungen:

$$\triangle_1 > 0,\ \triangle_2 > 0,\ \ldots\ldots,\ \triangle_q > 0 \qquad \text{mit}$$

$$\triangle_\mu := \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \ldots & 0 \\ a_7 & a_6 & \ldots & \ldots & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 0 \\ a_{2\mu-1} & a_{2\mu-2} & \ldots & \ldots & \ldots & a_\mu \end{vmatrix} \qquad \text{mit} \quad D(p) = a_0 p^q + a_1 p^{q-1} + \ldots + a_q$$

$$\text{für } q=1 \quad \Rightarrow \quad a_0>0,\ a_1>0$$

$$\text{für } q=2 \quad \Rightarrow \quad a_0>0,\ a_1>0,\ a_2>0$$

$$\text{für } q=3 \quad \Rightarrow \quad a_0>0,\ a_1>0,\ a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0,\ a_3>0$$

Normierung von Netzwerken

• Wahl der Bezugsgrößen U_0, I_O, ω_0 (oder t_o)
• Abgeleitete Bezugsgrößen:

$$R_0 = \frac{U_0}{I_0} \qquad L_0 = \frac{R_0}{\omega_0} \qquad C_0 = \frac{1}{R_0\omega_0} \qquad \Phi_0 = U_0 t_0 \qquad q_0 = I_0 t_0$$

$$\text{mit } \tau = \frac{t}{T} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt} = \frac{d}{d\tau}\frac{d\tau}{dt} = \frac{d}{d\tau}\frac{1}{T}$$

• Normierte, dimensionslose Größen: U_N, I_N, R_N, L_N, C_N, ω_N
• Elementarbeziehungen wie gewohnt aufstellen   z.B. $I_N = j\,\omega_N C_N U_N$

7.4 Nichtlineare Widerstandsnetzwerke

Strenge Passivität
• p(t) = u(t) i(t) > 0 für alle (u,i) / (0,0)
• Kennlinie darf nur im I. und III.Quadranten verlaufen
• falls alle Widerstände eines Widerstandszweipoles streng passiv sind, so ist auch der resultierende ZP passiv

7.6 Nichtlineare Netzwerke zweiter Ordnung

Stabilität

• Gleichgewichtszustand/Ruhezustand

$$\frac{dz_1}{dt}=0 \wedge \frac{dz_2}{dt}=0 \quad \Leftrightarrow \quad f_1(z_1,z_2)=0 \wedge f_2(z_1,z_2)=0$$

• Im Gleichgewichtszustand gilt $i_C = 0$, $u_L = 0$

• Approximation der Zustandsgleichungen in z_{10},z_{20}

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{A}\,\boldsymbol{z} \qquad \text{mit} \qquad a_{i1} = \left.\frac{df_i}{dz_1}\right|_{AP} \qquad a_{i2} = \left.\frac{df_i}{dz_2}\right|_{AP}$$

• über die Eigenwerte von **A** läßt sich die Art des Gleichgewichtspunktes bestimmen

7.7 Nichtlineare Netzwerke beliebiger Ordnung

Allgemeines Maschenstromverfahren

• Netzwerkvariablen wählen: Maschenströme (->Maschenstromverfahren) + Spannungen an nicht stromgesteuerten Netzwerkelementen (insbesondere Spannung an NL-Kapazität)

• Gleichungssystem aufstellen: Maschengleichungen + Strom-Spannungsbeziehungen an den nicht stromgesteuerten Netzwerkelementen

• Gleichungssystem lösen

Allgemeines Knotenpotentialverfahren

• Netzwervariablen wählen: Knotenpotentiale (->Knotenpotentialverfahren) + Ströme an nicht spannungsgesteuerten Netzwerkelementen (insbesondere Strom an NL-Induktivität)

• Gleichungssystem aufstellen: Maschengleichungen + Strom-Spannungsbeziehungen an den nicht spannungsgesteuerten Netzwerkelementen

• Gleichungssystem lösen

Systemtheorie

II.2. Aufstellen der Zustandsgleichungen

Topologische Grundbegriffe

• <u>(vollständiger) Baum:</u> alle vorhandenen Knoten des Netzwerks miteinander Verbinden, ohne daß ein geschlossnener Weg vorhanden ist

• <u>Baumkomplement:</u> restlicher Teil des Netzwerks nach entfernung des Baums

• <u>Schnittmenge:</u> jede Menge von Zweigen durch deren Enfernung das Netzwerk in zwei Teile zerfällt

• <u>Normalbaum:</u> Baum der alle Spannungsquellen, keine Stromquellen, möglichst viele Kapazitäten und möglichst wenige Induktivitäten enthält

• <u>fundamentale Schnittmenge:</u> entsteht aus jedem Zweig des Baums durch alleiniges hinzufügen von Zweigen des entsprechenden Baumkomplements

• <u>fundamentale Masche:</u> entsteht aus jedem Zweig des Baumkomplements durch alleiniges hinzufügen von Zweigen des entsprechenden Baums

Topologische Methode

- Normalbaum wählen
- Zustandsvariablen wählen: linear unabhängige Kapazitätsspannungen und Induktivitätsstrome bzw. Ladungen und Flüsse
- Durch reine Gleichstromrechnung alle Spannungen an den Widerständen des Normalbaumes und alle Ströme durch die Widerstände des Komplements durch z_n und x_n ausdrücken
- Jeder Induktivität im Normalbaumkomplement ihre fundamentale Masche zuordnen und Maschenregel auf diese anwenden
- Jeder Kapazität im Normalbaum fundamentale Schnittmenge zuordnen und Knotenregal auf diese anwenden
- Gleichungen evtl. auflösen

Algebraische Methode

aus $\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{Az} + \mathbf{Bx} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \mathbf{Bx}$ $\qquad \mathbf{y} = \mathbf{Cz} + \mathbf{Dx}$

folgt z.B. $\quad a_{12} = \left. \frac{dz_1/dt}{z_2} \right|_{x=0, z_i=0 \text{ für } i \neq 2} \qquad c_{12} = \left. \frac{y_1}{z_2} \right|_{x=0, z_i=0 \text{ für } i \neq 2}$

II.3.2 Lineare Transformation des Zustandsraumes

mit $\mathbf{z} = \mathbf{M}\zeta$

$$\mathcal{A} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{AM} \quad \mathcal{B} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \quad \mathcal{C} = \mathbf{CM} \quad \mathcal{D} = \mathbf{D}$$

II.3.3.3 Matrix der Impulsantworten

$\mathbf{H}(t) = s(t)\,\mathbf{C}e^{\mathbf{A}t}\mathbf{B} + \delta(t)\mathbf{D}$ (für lin. zeitinvariantes System)

II.3.4.2 Steuerbarkeit

- Ein System ist steuerbar, falls Rg ($\mathbf{U}$)= q mit $\mathbf{U}=[\mathbf{B},\mathbf{AB},\mathbf{A}^2\mathbf{B},.....,\mathbf{A}^{q-1}\mathbf{B}]$

II.3.4.2 Beobachtbarkeit

- Ein System ist beobachtbar, falls Rg ($\mathbf{V}$)= q mit $\mathbf{V}=\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \dots \\ \mathbf{CA}^{q-1} \end{bmatrix}$