Formelsammlung für Elektrotechnik
1. Semester

©Andreas Koch
formelsammlung@abi2002ontour.de

Neustadt/Aisch, den 10. Januar 2005

Inhaltsverzeichnis

1 Das elektrostatische Feld

1.1 Das Coulombsche Gesetz (S.8)

$$\boxed{\vec{F}_2 = \vec{e}_r \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}} \qquad \boxed{\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}} \tag{2.2}$$

1.2 Die elektrische Feldstärke (S.8)

$$\boxed{\vec{E}_1 = \vec{e}_r \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}} \qquad \vec{F}_2 = \vec{E}_1 Q_2 \tag{2.3}$$

$$\vec{E}(r_p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{\vec{r}_i}{r_i^3} Q_i \qquad \vec{r}_i = \vec{r}_P - \vec{r}_{Q_i} \qquad r_i = |\vec{r}_i| \tag{2.5}$$

Die Feldlinien stehen auf leitenden (metallischen) Oberfächen senkrecht.

1.3 Die Arbeit und das elektrostatische Potential (S.12)

Die Arbeit:
$$W_e = -\int_{P_0}^{P_1} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -Q \int_{P_0}^{P_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{2.12}$$

Im Quellenfeld gilt:
$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0} \tag{2.14}$$

Arbeit durch potentielle Energie:
$$W_e = Q \left[\int_{P_0}^{P_1} (-\vec{E}) \cdot \mathrm{d}\vec{s}\right] = Q\left[\varphi_e(P_1) - \varphi_e(P_0)\right] \tag{2.15}$$

Absolute potentielle Energie für $P_0 \to \infty$ denn $\varphi_e(P_0) \to 0$:
$$\varphi_e(P_1) = \frac{W_e(P_1)}{Q} = -\int_{P_0}^{P_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{2.17}$$

Potentielle Energie in einem radialen Feld:
$$\varphi_e(r_2) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2} \tag{2.19}$$

1.4 Die elektrische Spannung (S.16)

$$\boxed{U_{12} = \varphi_e(P_1) - \varphi_e(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}} \tag{2.22}$$

Im Plattenkondensator: $U = Ed$

1.5 Die elektrische Flussdichte (elektrische Erregung) (S.16)

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}} \qquad D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} \tag{2.26, 2.29}$$

$$\boxed{\Psi_e = \oint\!\!\oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q} \qquad = \oint\!\!\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} \tag{2.28}$$

1.6 Feldstärke an leitenden Oberflächen (S.17)

Ladung auf der Kugeloberfläche:	$\sigma = \dfrac{Q}{4\pi a^2}$	(2.30)
bei ortsabhängiger Ladungsverteilung:	$\boxed{\vec{n} \cdot \vec{D} = \vec{n} \cdot \epsilon_0 \vec{E} = \sigma}$	(2.32)
Komponenten von E:	$\boxed{E_t = 0,\ E_n = \dfrac{\sigma}{\epsilon_0}}$	(2.33)
Komponenten von D:	$\boxed{D_t = 0,\ D_n = \sigma}$	(2.33)

1.7 Die dielektrische Polarisation (S.19)

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_r\, \epsilon_0\, \vec{E} = \epsilon \vec{E}} \qquad (2.34)$$

Die dielektrische Polarisation beschreibt einerseits die Reduzierung der ele. Feldstärke im Dielektrikum bei konstant gehaltener Flussdichte, andererseits kann sie aber auch interpretiert werden als die Erhöhung der Flussdichte im Dielektrikum bei konstant gehaltener ele. Feldstärke.
Wenn zwei Körper sich anziehen, so müssen sie nicht zwangsläufig versch. Gesamtladungen haben (andere Anziehungsmöglichkeit: Polarisation).
***Aber:** Wenn sich zwei Körper abstoßen, so haben sie gleiche Gesamtladungen.*

1.8 Das Verhalten der Feldgrößen an Grenzfächen (S.22)

Normalkomponenten:	$\boxed{D_{n1} = D_{n2} \quad \rightarrow \quad \epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_2 E_{n2}}$	(2.37)
Tangentialkomponenten:	$\boxed{E_{t1} = E_{t2} \quad \rightarrow \quad \dfrac{D_{t1}}{D_{t2}} = \dfrac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}$	(2.39)

1.9 Die Kapazität (S.23)

$$\boxed{Q = C\, U} \qquad \text{(unabhängig von der Geometrie)} \qquad (2.42)$$

1.9.1 Plattenkondensator (S.22)

$$E \overset{(2.26)}{=} \frac{D}{\epsilon_0\, \epsilon_r} \overset{(2.33)}{=} \frac{\sigma}{\epsilon_0\, \epsilon_r} = \frac{Q}{\epsilon_0\, \epsilon_r A} \quad \text{somit} \quad C = \frac{Q}{U} \overset{(2.22)}{=} \frac{E\, \epsilon_0\, \epsilon_r A}{E\, d} \qquad (2.44)$$

Somit: $\boxed{C = \dfrac{\epsilon_0\, \epsilon_r A}{d} = \dfrac{\epsilon A}{d}}$ (2.46)

1.9.2 Kugelkondensator (S.23)

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} \overset{(2.29)}{=} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{1}{r^2}\, \mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{b - a}{b\, a} \overset{(2.42)}{=} \frac{Q}{C} \qquad (2.47)$$

Somit: $\boxed{C = 4\pi\epsilon_0 \dfrac{b\, a}{b - a}}$ (2.47)

Kapazität gegen eine unendlich ferne Hülle: $C = 4\pi\epsilon_0\, a$ (2.49)

1.10 Zusammenschaltung von Kondensatoren (S.26)

Parallelschaltung: $$\boxed{C_{ges} = \sum_{k=1}^{n} C_k} \quad \begin{cases} U_1 = \cdots = U_2 \\ \varphi_e(C_1) = \cdots = \varphi_e(C_k) \\ Q_{ges} = Q_1 + \cdots + Q_k \end{cases} \tag{2.50}$$

Reihenschaltung: $$\boxed{\frac{1}{C_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}} \quad \begin{cases} U_{ges} = U_1 + \cdots + U_k \\ \varphi_{ges} = \varphi_e(C_1) + \cdots + \varphi_e(C_k) \\ Q_1 = \cdots = Q_k \end{cases} \tag{2.51}$$

Reihenschaltung: Die Gesamtkapazität ist kleiner als die kleinste Einzelkapazität.

1.11 Der Energiegehalt eines Feldes (S.27)

$$\mathrm{d}W_e \overset{(2.15)}{=} (\varphi_{ea} - \varphi_{eb})\,\mathrm{d}q \overset{(2.22)}{=} U_{ab}\,\mathrm{d}q \overset{(2.42)}{=} \frac{1}{C}\,q\,\mathrm{d}q \tag{2.53}$$

$$W_e = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,\mathrm{d}q = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \overset{(2.42)}{\rightarrow} \boxed{W_e = \frac{1}{2}CU^2} \quad \text{(unabhängig von der Geometrie)} \tag{2.54}$$

Energie eines homogenen Feldes: $$W_e = \frac{1}{2}\frac{\epsilon A}{d}(E\,d)^2 = \frac{1}{2}\,\epsilon\,E^2 \underbrace{Ad}_{V} \overset{(2.34)}{=} \frac{1}{2}\,E\,D\,V \tag{2.55}$$

Energiedichte: $$\boxed{\omega_e = \frac{1}{2}\,\vec{E}\cdot\vec{D}} \tag{2.56}$$

Energie eines ortsabhängigen Feldes: $$\boxed{\begin{aligned} W_e &= \iiint_V \omega_e\,\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\iiint_V E\,D\,\mathrm{d}V = \\ W_e &= \frac{1}{2}\iiint_V \vec{E}\cdot\vec{D}\;\mathrm{d}V \end{aligned}} \tag{2.57}$$

2 Das stationäre el. Strömungsfeld (S.29)

2.1 Der elektrische Strom und Stromdichte (S.29)

Stromstärke: $$\boxed{I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}} \qquad \mathrm{d}t \rightarrow 0 \tag{3.3}$$

Stromdichte: $$J = \frac{\Delta I}{\Delta A} \tag{3.4}$$

Raumladungsdichte: $$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \tag{3.5}$$

Flussdichte durch Raumladungsdichte: $$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\rho\,\overbrace{\Delta x\,\Delta A}^{V}}{t} = \frac{\rho\,\overbrace{v_x\,\Delta t}^{\Delta x}\,\Delta A}{\Delta t} \overset{(3.4)}{\rightarrow} \boxed{\vec{J} = \rho\,\vec{v}} \tag{3.11}$$

Strom durch Fläche: $$\boxed{I = \iint_A \vec{J}\cdot\mathrm{d}\vec{A}} \tag{3.13}$$

2.2 Definition eines stationären Strömungsfeldes (S.32)

Beim Gleichstrom gilt: $$\boxed{\oiint_A \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0} \tag{3.14a}$$

2.3 Ladungsbewegung im Leiter (S.32)

$$\vec{v} = -\mu_e \vec{E} \qquad \mu_e = \text{Beweglichkeit (Materialabh.)} \tag{3.15}$$

2.4 Die spezifische Leitfähigkeit und der spezifische Widerstand (S.33)

$$\vec{J} = \rho\, \vec{v} \overset{(3.15)}{=} (-e\, n)(-\mu_e\, \vec{E}) = \underbrace{n\, e\, \mu_e}_{\kappa} \vec{E} = \kappa \vec{E} \qquad \begin{aligned} \kappa &= \text{spez. Leitfähigkeit} \\ n &= \text{Anzahl der } e^- \text{ pro } V \\ e &= \text{Elementarladung} \end{aligned} \tag{3.16}$$

spezifischer Widerstand: $$\rho_R = \frac{1}{\kappa} \tag{3.18}$$

Temperaturabhängigkeit: $$\rho_R(T) = \rho_R(20°\mathrm{C}) \cdot [1 + \alpha(\mathrm{T} - 20°\mathrm{C})] \tag{3.19}$$

2.5 Das Verhalten an Grenzflächen (S.35)

Normalkomponenten: $$\boxed{J_{n1} = J_{n2} \quad \rightarrow \quad \kappa_1 E_{n1} = \kappa_2 E_{n2}} \tag{3.20}$$

Tangentialkomponenten: $$\boxed{E_{t1} = E_{t2} \quad \rightarrow \quad \frac{J_{t1}}{J_{t2}} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}} \tag{3.22}$$

2.5.1 Sonderfall verschwindende Leitfähigkeit $\kappa = 0$ (S.36)

$$J_{n1} = E_{tn1} = 0 \tag{3.24}$$

2.5.2 Sonderfall perfekte Leitfähigkeit $\kappa \rightarrow \infty$ (S.36)

$$J_{t1} = E_{t1} = 0 \tag{3.25}$$

An einer Trennebene zu einem nicht leitenden Bereich verlaufen Stromdichte und ele. Feldstärke tangential. Aus einem perfekt leitenden Bereich treten ele. Feldstärke und Stromdichte senkrecht aus.

2.6 Das Ohmsche Gesetz (S.36)

Das Ohmsche Gesetz: $$\boxed{\vec{J} = \kappa \vec{E}} \quad \rightarrow \quad \vec{E} = \vec{e}_x E_x = \vec{e}_x \frac{I}{\kappa A} \tag{3.26}$$

$$U_{12} = \varphi_{e1} - \varphi_{e2} \overset{(2.22)}{=} \int_{x=0}^{l} \vec{e}_x E_x \cdot \vec{e}_x \,\mathrm{d}x = \int_{x=0}^{l} E_x \,\mathrm{d}x \overset{(3.28)}{=} \frac{I}{\kappa A} \int_{x=0}^{l} \mathrm{d}x = \frac{Il}{\kappa A} \tag{3.29}$$

elektrische Widerstand: $$\boxed{R = \frac{l}{\kappa A} = \frac{\rho_R\, l}{A}} \tag{3.31}$$

Spannung: $$\boxed{U = R\, I} \tag{3.32}$$

elektrische Leitwert: $$\boxed{G = \frac{1}{R}} \tag{3.34}$$

2.6.1 Widerstand einer Hohlkugel (S.38)

$$\vec{E} = \frac{1}{\kappa}\,\vec{J} = \frac{1}{\kappa}\,\vec{e}_r\,J(r) = \vec{e}_r\,\frac{I}{4\pi\,\kappa\,r^2} \qquad U \overset{(2.22)}{=} \int\limits_a^b \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \int\limits_a^b \vec{e}_r\,\frac{I}{4\pi\,\kappa\,r^2}\cdot\vec{e}_r\,\mathrm{d}r \quad (3.37)$$

Widerstand der Hohlkugel: $$\boxed{R = \frac{U}{I} = \frac{1}{4\pi\,\kappa}\,\frac{b-a}{b\,a}} \quad (3.38)$$

2.7 Energie und Leistung (S.39)

Arbeit: $$W_e = (\varphi_{e1} - \varphi_{e2})\,\Delta Q = U\,\Delta Q = U\,I\,\Delta t \quad (3.39)$$

Leistung: $$\boxed{P = \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}t} = U\,I \quad \rightarrow \quad W_e = \int\limits_t P\ \mathrm{d}t} \quad (3.40)$$

„Verlustleistung“ am Widerstand: $$\boxed{P = U\,I = I^2 R = \frac{U^2}{R}} \quad (3.41)$$

Verlustleistungsdichte: $$\boxed{p_V = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} = \vec{E}\cdot\vec{J}} \quad (3.43)$$

Leistung in einem ortsabhängigen Feld: $$\boxed{P = \iiint p_V\ \mathrm{d}V = \iiint \vec{E}\cdot\vec{J}\,\mathrm{d}V} \quad (3.43)$$

3 Stromleitungsmechanismen (S.41)

3.1 Stromleitung im Vakuum im *homogenen Feld* (S.41)

$$F = m_0\,a = \frac{e\,U}{d} \quad \rightarrow \quad a = \frac{e\,U}{m_0\,d} \quad (4.3)$$

$$a = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} \quad \rightarrow \quad v = \frac{e\,U}{m_0\,d}\,t \quad (4.4)$$

$$y = \int\limits_0^t v\,\mathrm{t} = \frac{1}{2}\frac{e\,U}{m_0\,d}\,t^2 \qquad v(y) = \frac{e\,U}{m_0\,d}\sqrt{2\frac{m_0\,d\,y}{e\,U}} \quad (4.5)$$

$$v(y) = \sqrt{2U\,\frac{e}{m_0}\,\frac{y}{d}} \qquad \text{An der Anode: } y = d \quad \rightarrow \quad v = \max \quad (4.6)$$

Raumladungsgesetz: $$I = \frac{4}{9}\,\frac{\epsilon_0\,A}{d^2}\sqrt{\frac{2e}{m_0}}\,U^{3/2} \quad (4.10)$$

4 Einfache elekrische Netzwerke (S.53)

4.1 Die Kirchhoffschen Gleichungen (S.55)

Maschenregel: $$\boxed{\sum_{Masche} U = 0} \qquad U_{ges} = U_{R_1} + \cdots + U_{R_n} \quad (5.4)$$

Knotenregel: $$\boxed{\sum_{Knoten} I = 0} \quad (5.7)$$

4.2 Zusammenschaltung von Widerständen (S.57)

Reihenschaltung: $$\boxed{R_{ges} = \sum_{k=1}^{n} R_k} \quad \begin{cases} I_1 = \cdots = I_n \\ U_{ges} = U_1 + \cdots + U_n \end{cases} \tag{5.8}$$

Parallelschaltung: $$\boxed{\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}} \quad \begin{cases} I_{ges} = I_1 + \cdots + I_n \\ U_1 = \cdots = U_n \end{cases} \tag{5.9}$$

Leitwerte bei der Parallelschaltung: $$\boxed{G_{ges} = \sum_{k=1}^{n} G_k} \tag{5.11}$$

Parallelschaltung für zwei Widerstände: $$R_{ges} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{5.10}$$

4.2.1 Spannungsteiler (S.58)

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}} \quad \text{und} \quad \boxed{\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}} \tag{5.12}$$

4.2.2 Stromteiler (S.58)

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{G_1}{G_2}} \quad \text{und} \quad \boxed{\frac{I_2}{I} = \frac{U}{R_2}\frac{1}{I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{G_2}{G_1 + G_2}} \tag{5.13}$$

4.3 Leistungsanpassung und Wirkungsgrad (S.60)

Leistungsabfall am Widerstand R_L $$P_L = I^2 R_L = \left(\frac{U_0}{R_i + R_L}\right)^2 R_L \tag{5.15}$$

max. Leistung bei: $$\boxed{R_i = R_L} \quad \begin{matrix} R_i = \text{Innenwiderstand} \\ R_L = \text{Lastwiderstand} \end{matrix} \tag{5.17}$$

max. Ausgangsleistung: $$P_{L\max} = \frac{{U_0}^2}{4R_i} \tag{5.18}$$

Wirkungsgrad: $$\eta = \frac{P_L}{P_{ges}} \cdot 100\% = \frac{R_L}{R_i + R_L} \cdot 100\% \tag{5.19}$$

Leistungsverhältnis: $$\frac{P_L}{P_{L\max}} \overset{(5.15)}{=} \frac{{U_0}^2 R_L}{(R_i + R_L)^2} \frac{4R_i}{{U_0}^2} = \frac{4R_i R_L}{(R_i + R_L)^2} \tag{5.23}$$

5 Das stationäre Magnetfeld (S.67)

5.1 Kraft auf stromdurchflossene dünne Leiter (S.68)

Rechte Handregel:
Daumen = Bewegungsrichtung der pos. Ladungen
Zeigefinger = Magnetfeldrichtung
Mittelfinger = Kraftrichtung

Kraftbetrag auf einen Metallstab: $$F = |\vec{F}| = B\,I\,s\,\sin\alpha = |\vec{B} \times I\vec{s}| \tag{6.4}$$

Kraft auf einen Metallstab: $$\vec{F} = I\vec{s} \times \vec{B} \tag{6.5}$$

Kraft auf ein Leiterstück:

$$\vec{F}_{AB} = I \int_A^B \left[\mathrm{d}\vec{r} \times \vec{B}(\vec{r}) \right] \tag{6.6}$$

Kraft auf eine Leiterschleife:

$$\boxed{\vec{F} = I \oint_C \left[\mathrm{d}\vec{r} \times \vec{B}(\vec{r}) \right]} \tag{6.7}$$

5.2 Kraft auf geladene Teilchen (S.71)

Lorentzkraft: $\boxed{\vec{F} = Q\,\vec{v} \times \vec{B}}$ $\quad Q =$ bewegte Ladungsmenge (6.10)

Kraft in beiden Feldern: $\boxed{\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$ (6.11)

5.3 Die magnetische Feldstärke (S.73)

$\boxed{\vec{B} = \mu_0\,\vec{H}}$ mit $\boxed{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}}$ (6.16)

5.4 Die magnetische Feldstärke (S.73)

$$B_1 \sim \frac{I_1}{\rho} \quad \rightarrow \quad B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{\rho} \tag{6.13}$$

Gleichgerichtete Ströme ziehen sich an, entgegengesetzt gerichtete Ströme stoßen einander ab.

5.5 Das Oerstedsche Gesetz (S.73)

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} = \vec{e}_\varphi\,\frac{I}{2\pi\rho} \tag{6.17}$$

Oerstedsche Gesetz:

$$\boxed{\oint_C \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = I} \tag{6.19}$$

Durchflutung:

$$\Theta = \sum_k I_k = I_1 + I_2 + \cdots - I_3 = \oint_C \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{6.21}$$

Durchflutungsgesetz:

$$\boxed{\oint_C \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \Theta = \iint_A \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{A}} \tag{6.22}$$

Das Oerstedsche Gesetz kann im allg. nicht zur Bestimmung der mag. Feldstärke verwendet werden, da aus der bekannten Durchflutung nur eine Aussage über das Umlaufintegral von $\vec{H}$, nicht aber über die ortsabhängige Verteilung der mag. Feldstärke gemacht werden kann.

Bei homogener Feldverteilung gibt es folgende Ausnahmen:

5.5.1 Ein unendlich langer Linienleiter (S.75)

$$\int_0^{2\pi} [\vec{e}_\varphi\,H(\rho)] \cdot [\vec{e}_\varphi\,\rho\,\mathrm{d}\varphi] = 2\pi\rho\,H(\rho) \overset{(6.22)}{=} \int_0^{2\pi}\int_0^{\rho} \left[\vec{e}_z\,\frac{I}{\pi a^2} \right] \cdot [\vec{e}_z\,\rho\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\varphi] = \frac{\rho^2}{a^2}\,I \tag{6.24}$$

innerhalb des Leiters:

$$\vec{H} = \vec{e}_\varphi\,\frac{I}{2\pi a}\frac{\rho}{a} \quad \text{für} \quad \rho \le a \tag{6.25}$$

außerhalb des Leiters: $$\vec{H} = \vec{e}_\varphi \frac{I}{2\pi a}\frac{a}{\rho} \quad \text{für} \quad \rho \geq a \tag{6.25}$$

5.5.2 Toroidspule (S.76)

$$NI = \Theta \overset{(6.21)}{=} \int_0^{2\pi} \vec{e}_\varphi\, H(\rho) \cdot \vec{e}_\varphi\, \rho\, \mathrm{d}\varphi = 2\pi\, \rho\, H(\varphi) \tag{6.26}$$

Somit: $$\vec{H} = \vec{e}_\varphi \frac{N\, I}{2\pi\rho} \tag{6.26}$$

5.5.3 Gestreckte Zylinderspule (S.77)

Toroidspule mit $2\pi\rho = l$: $$\vec{H} = \vec{e}_x \frac{N\, I}{l} \tag{6.27}$$

5.6 Die magnetische Spannung (S.78)

$$V_{m12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{6.28}$$

Das Umlaufintegral der mag. Spannung ist nur dann 0, wenn der mit der eingeschlossenen Fläche verkettete Strom auch verschwindet.

5.7 Der magnetische Fluss (S.78)

$$\boxed{\Psi_m = \iint_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}} \tag{6.29}$$

Umlaufintegral: $$\boxed{\oint\!\!\oint_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0} \tag{6.30}$$

5.8 Die magnetische Polarisation (S.79)

$$\boxed{\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} = \mu \vec{H}} \qquad \boxed{\mu = \mu_r \mu_0 = \text{Permeabilität}} \tag{6.31}$$

5.9 Das Verhalten der Feldgrößen an Grenzflächen (S.83)

Normalkomponenten: $$\boxed{B_{n1} = B_{n2} \quad \rightarrow \quad \mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}} \tag{6.36}$$

Tangentialkomponenten: $$\boxed{H_{t1} = H_{t2} \quad \rightarrow \quad \frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}} \tag{6.38}$$

5.10 Die Analogie zw. elektrischem und magnetíschen Kreis (S.84)

$$V_{23} \overset{(6.28)}{=} H_2 l_2 \overset{(6.31)}{=} \frac{B_2}{\mu} l_2 \overset{(6.29)}{=} \frac{l_2}{\mu A_2} \Psi_m \tag{6.46}$$

magnetischer Widerstand: $$\boxed{R_m = \frac{l}{\mu A}} \tag{6.46}$$

Ohmsches Gesetz des magnetischen Kreises: $$\boxed{V_m = R_m \Psi_m} \tag{6.47}$$

magnetischer Leitwert: $\boxed{\Lambda_m = \frac{1}{R_m} = \frac{\mu A}{l}}$ (6.48)

Maschenregel: $\boxed{\Theta = \sum_{Masche} R_m \Psi_m = \sum_{Masche} V_m}$ (6.49)

Knotenregel: $\boxed{\sum_{Knoten} \Psi_m = 0}$ (6.50)

5.11 Die Induktion (S.87)

Induktivität: $\boxed{\Psi_m = N \Psi_{mA} = LI}$ (6.51)

5.11.1 Ringkernspule (S.88)

$$\Psi_{mA} = \iint_A \vec{B} \cdot \vec{A} \overset{(6.26)}{=} \int_{z=0}^{h} \int_{\rho=0}^{b} \vec{e}_\varphi \frac{\mu N I}{2\pi \rho} \cdot \vec{e}_\varphi \, \mathrm{d}\rho \, \mathrm{d}z = \frac{\mu N I h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Fluss durch den Ringquerschnitt: $\Psi_{mA} = \frac{\mu N I h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$ (6.52)

Induktivität: $L = \frac{N \Psi_{mA}}{I} = N^2 \frac{\mu h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$ (6.53)

für $b - a \ll a$: $L = N^2 \frac{\mu A}{l_m}$ (6.56)

5.11.2 Doppelleitung (S.89)

$$\Psi_{m,a} \overset{(6.29)}{=} \int_{z=0}^{l} \int_{x=0}^{b} \underbrace{\vec{e}_y \, \mu_0 \, H_y}_{\vec{B}} \cdot \underbrace{\vec{e}_y \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}z}_{\mathrm{d}\vec{A}} \overset{(6.57)}{=} \mu_0 \frac{I \, l}{2\pi} \int_{x=a}^{b} \frac{1}{x} \, \mathrm{d}x = \frac{\mu_0 \, I \, l}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

äußere Induktivität: $L_a = \frac{\Psi_{m,a}}{I} = \frac{\mu_0 \, l}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$ (6.59)

$\mathrm{d}\Psi_{m,i} = B_x \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}z = \frac{\mu_0 \, I \, x}{2\pi \, a^2} \mathrm{d}x \, \mathrm{d}z$ *Die zugehörige Feldlinie umfasst aber nicht den gesamten Strom, sondern nur:* $(x/a)^2 \, I$ (6.60)

innere Induktivität: $L_i = \frac{1}{I} \int_{z=0}^{l} \int_{x=0}^{a} \frac{x^2}{a^2} \mathrm{d}\Psi_{m,i} = \frac{\mu_0 \, l}{2\pi \, a^4} \int_{x=0}^{a} x^3 \, \mathrm{d}x = \frac{\mu_0 \, l}{8\pi}$ (6.61)

Gesamtinduktivität pro l: $\boxed{\frac{L}{l} = \frac{2(L_i + L_a)}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right)}$ (6.62)

5.12 Der magnetische Kreis und der A_L-Wert (S.90)

$\Theta = (R_{mK} + R_{mL}) \, \Psi_{mA} = R_m \, \Psi_{mA} \qquad l_m \approx \pi(a+b) - d$ (6.63)

$\Theta = N \, I = \left(\frac{l_m}{\mu_r \, \mu_0 \, A} + \frac{d}{\mu_0 \, A} \right) \Psi_{mA} = \frac{1}{\mu_0 \, \mu_r \, A} (l_m + d \, \mu_r) \, \Psi_{mA}$ (6.66)

mag. Fluss im Kern: $\Psi_{mA} = NI \frac{\mu_0 \, \mu_r \, A}{l_m + d \, \mu_r}$ (6.67)

Induktivität: $L = \frac{N\Psi_{mA}}{I} = N^2 \frac{\mu_0\,\mu_r\,A}{l_m + d\,\mu_r}$ (6.68)

Der A_L-Wert $A_L = \Lambda_m = \frac{1}{R_m}$ (6.70)

Induktivität mit A_L-Wert: $\boxed{L = N^2 A_L}$ (6.69)

6 Das zeitl. veränderliche ele.mag. Feld (S.93)

6.1 Das Induktionsgesetz (S.93)

$$\boxed{U = -\frac{\mathrm{d}\Psi_m}{\mathrm{d}t}} = v_x\,B_z\,l \qquad (7.4)$$

Der in einer Leiterschleife induzierte Strom wirkt der ihn verursachenden Flussänderung entgegen.
Achtung: *Nicht der Fluss, sondern dessen zeitliche Änderung soll verhindert werden.*

für $B = konstant$: $U = -\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}B_z$ mit $\vec{B}\cdot\vec{A} = B_z A$ (7.3)

für $A = konstant$: $U = -\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}A$ mit $\vec{B}\cdot\vec{A} = B_z A$ (7.9)

Faradaysches Induktionsgesetz: $\boxed{u(t) = R\,i(t) = -\frac{\mathrm{d}\Psi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint\limits_A \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{A}}$ (7.10)

in integraler Form: $\boxed{\oint\limits_C \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint\limits_A \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{A}}$ (7.11)

6.2 Die Selbstinduktion (S.98)

$$\boxed{u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}} \qquad (7.15)$$

6.3 Zusammenschaltung von Induktivitäten

Reihenschaltung: $\boxed{L_{ges} = \sum_{k=1}^{n} L_k}$ $\begin{cases} i_1 = \cdots = i_n \\ u_{ges} = u_1 + \cdots + u_n \end{cases}$ (7.18)

Parallelschaltung: $\boxed{\frac{1}{L_{ges}} = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{L_k}}$ $\begin{cases} i_{ges} = i_1 + \cdots + i_n \\ u_1 = \cdots = u_n \end{cases}$ (7.16)

Parallelschaltung für zwei Induktivitäten: $L_{ges} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$ (7.17)

6.4 Die Gegeninduktion (S.100)

Der erste Index von Ψ kennzeichnet die Schleife, die von dem Fluss durchsetzt wird, der zweite Index dagegen den Strom, der den Fluss erzeugt.

Spannung in der Leiterschleife 1 $u_1(t) = \frac{\mathrm{d}\Psi_{m11}}{\mathrm{d}t} \pm \frac{\mathrm{d}\Psi_{m12}}{\mathrm{d}t} = L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \pm L_{12}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$ (7.21)

Spannung in der Leiterschleife 2 $$u_2(t) = \pm\frac{\mathrm{d}\Psi_{m21}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\Psi_{m22}}{\mathrm{d}t} = \pm\, L_{21}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \quad (7.21)$$

6.4.1 Die Gegeninduktion zweier Doppelleitungen (S.101)

$$\Psi_{m21_r} = \iint\limits_{A_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A} \overset{(6.25)}{=} \int\limits_{z=0}^{l}\int\limits_{\rho=a}^{b} \vec{e}_\varphi \frac{-i_1}{2\pi\,\rho}\cdot(-\vec{e}_\varphi)\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}z = \frac{\mu_0\, i_1}{2\pi}\, l \int\limits_{\rho=a}^{b}\frac{1}{\rho}\,\mathrm{d}\rho \quad (7.22)$$

$$\Psi_{m21_r} = \frac{\mu_0\, i_1}{2\pi}\, l\, \ln\frac{b}{a} \qquad \Psi_{m21_l} = -\frac{\mu_0\, i_1}{2\pi}\, l\, \ln\frac{d}{c} \quad (7.23)$$

Gesamtfluss Ψ_{m21} $$\Psi_{m21} = \frac{\mu_0\, l}{2\pi}\, i_1 \left(\ln\frac{b}{a} - \ln\frac{d}{c}\right) = \frac{\mu_0\, l}{2\pi}\, i_1\, \ln\frac{b\,c}{a\,d} \quad (7.24)$$

Gegeninduktivität: $$\boxed{L_{21} = \frac{\Psi_{m21}}{i_1} = \frac{\mu_0\, l}{2\pi}\,\ln\frac{b\,c}{a\,d}} \quad (7.25)$$

Symetrie der Gegeninduktivität: $\boxed{L_{ik} = L_{ki} = M}$ M = Bezeichnung für die Gegeninduktivität (7.28)

Wahl der Vorzeichen von Punkt 6.5:
Unterstützen sich die entstehenden Flüsse der Selbst- und Gegeninduktion, so werden die Vorzeichen gleich gewählt:

$$\boxed{\begin{aligned} u_1(t) &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\Psi_{m11} + \Psi_{m12}\right) = L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{12}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \\ u_2(t) &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\Psi_{m21} + \Psi_{m22}\right) = L_{21}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \end{aligned}} \quad (7.29)$$

6.4.2 Die Koppelfaktoren (S.104)

$$k_{21} = \frac{\Psi_{m21}}{\Psi_{m11}} = \frac{M}{L_{11}} \qquad k_{12} = \frac{\Psi_{m12}}{\Psi_{m22}} = \frac{M}{L_{22}} \quad (7.30)$$

$$\boxed{k = \sqrt{k_{12}k_{21}} = \frac{M}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}} \quad (7.31)$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_1(t) &= L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + k\sqrt{L_{11}L_{22}}\,\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \\ u_2(t) &= k\sqrt{L_{11}L_{22}}\,\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \end{aligned}} \quad (7.32)$$

6.5 Der Energieinhalt eines Feldes (S.104)

Energiezuwachs einer Spule: $$\mathrm{d}W_m = u_L\, i_L\, \mathrm{d}t = L\, i_L\, \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = L\, i_L\, \mathrm{d}i_L \quad (7.33)$$

Gesamte Energie der Spule: $$W_m = L\int\limits_0^I i_L\,\mathrm{d}i_L \quad\rightarrow\quad \boxed{W_m = \frac{1}{2}\, L\, I^2} \quad (7.34)$$

Die Beziehung ist unabhängig von der Spulenform. L muss bei der Int. unabhängig von i_L sein, dies gilt bei konstanter Permeabilität.

Energie eines 2-Leistersystems:

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}\,L_{11}\,{I_1}^2 + M\,I_1\,I_2 + \frac{1}{2}\,L_{22}\,{I_2}^2} \tag{7.39}$$

Energie eines n-Leistersystems:

$$\boxed{\begin{array}{l} W_m = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} L_{ik}\,I_i\,I_k = \\ \frac{1}{2}\,L_{11}\,{I_1}^2 + \frac{1}{2}\,L_{12}\,I_1\,I_2 + \frac{1}{2}\,L_{21}\,I_1\,I_2 + \frac{1}{2}\,L_{22}\,{I_2}^2 \end{array}} \tag{7.40}$$

$$W_m = \frac{1}{2}\,L\,I^2 \overset{(6.56)}{=} \frac{1}{2}\,N^2\,\frac{\mu\,A\,l_m}{{l_m}^2}\,I^2 \overset{(6.26)}{=} \frac{1}{2}\,H^2\,\mu\,A\,l_m \qquad l_m = \pi\,(a+b) \mathrel{\hat{=}} 2\pi\,\rho$$

Energie eines homogenen Feldes:

$$W_m = \frac{1}{2}\,H\,B\,V \tag{7.42}$$

Energiedichte:

$$\boxed{\omega_m = \frac{1}{2}\,H\,B = \frac{1}{2}\,\vec{H}\cdot\vec{B}} \tag{7.43}$$

Energie eines ortsabhängigen Feldes:

$$\boxed{W_m = \iiint\limits_V \omega_m\,\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\iiint\limits_V \vec{H}\cdot\vec{B}\,\mathrm{d}V} \tag{7.44}$$

6.6 Anwendung der Bewegungsinduktion (S. 107)

6.6.1 Das Generatorprinip (S.107)

Scheitelwert, Amplitude oder Spitzenwert:

$$\Psi_m(t=0) = \hat{\Psi}_m \overset{(6.29)}{=} B_x\,A = B_x\,a\,b \tag{7.46}$$

Drehwinkel:

$$\boxed{\varphi(t) = \omega\,t} \tag{7.47}$$

Winkelgeschwindigkeit:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \tag{7.48}$$

Frequenz:

$$\boxed{f = \frac{1}{T} \quad\rightarrow\quad \omega = 2\pi\,f} \tag{7.49}$$

$$\Psi_m(t) \overset{(6.29)}{=} \iint\limits_A \overbrace{\vec{e}_x\,B_x}^{\vec{B}}\cdot\overbrace{(\vec{e}_x\,\cos\varphi + \vec{e}_y\,\sin\varphi)\,\mathrm{d}A}^{\mathrm{d}\vec{A}} = B_x\,A\,\cos\varphi \overset{(7.46)}{=}$$

zeitabhängige Fluss:

$$\Psi_m(t) = \hat{\Psi}_m\,\cos\varphi \overset{(7.47)}{=} \hat{\Psi}_m\,\cos\omega t \tag{7.50}$$

Induzierte Spannung:

$$u(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,\Psi_m(t) \overset{(7.50)}{=} \omega\,\hat{\Psi}_m\,\sin\omega t = \hat{u}\,\sin\omega t \tag{7.51}$$

Dort wo eine der beiden Funktionen eine Nullstelle hat, hat die andere einen Extremwert. Sie sind gegeneinander phasenverschoben.
Der Wechselstrom hat den selben sinusförmigen Verlauf und Frequenz wie die Spannung

6.6.2 Der Drehstromgenerator (S.110)

Die an einer einzelnen Spule anliegende Spannung bzw. Strom wird als Strangspannung bzw. Strangstrom bezeichnet.
Als Leiterspannung bezeichnet man die jeweils zwischen zwei zum Verbraucher geführten Leitungen anliegende Spannung. Der Strom in einer Leitung zwischen Verbraucher und Generator heißt Leiterstrom.

Ringschaltung bzw. Dreiecksschaltung:
Bei der Dreiecksschaltung sind die Leiterströme um den Faktor $\sqrt{3}$ größer als die Strangströme, Leiterspannung und Strangspannung haben gleiche Amplituden.

Sternschaltung:
Bei der Sternschaltung sind die Leiterspannungen um den Faktor $\sqrt{3}$ größer als die Strangspannungen, Leiterströme und Strangströme haben gleiche Amplituden.

6.7 Anwendung der Ruheinduktion (S.112)

6.7.1 Der verlustlose Übertrager (S.112)

Spannung im Primärkreis:
$$u_0 = R_1\,i_1 + L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \tag{7.57}$$

Spannung im Sekundärkreis:
$$0 = R_2\,i_2 - M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \tag{7.57}$$

Der Strom, der in Spule des Sekundärkreises induziert wird, erzeugt einen Fluss der dem Fluss der Spule des Primärkreises entgegenwirkt.

6.7.2 Die Punktkovention (S.115)

Fließen an den mit den Punkten markierten Anschlussklemmen beide Ströme zu den Punkten hin oder weg, dann sind die Gegeninduktivitäten M mit gleichem Vorzeichen wie die Hauptinduktivitäten L in die Gleichung einzusetzten.
Im anderen Fall, bei dem der eine Strom zum Punkt hin fließt, der andere aber vom Punkt weg, sind die Ausdrücke M und L mit unterschiedlichen Vorzeichen einzusetzen.
Bei perfekter Kopplung ist es gleichgültig, ob man die Induktivität aus der Gesamtwindungszahl mit Gl. (6.69) direkt berechnet, oder ob man zwei Teilinduktivitäten als Einzelinduktivität betrachtet und deren gegenseitige Kopplung berücksichtigt.

6.7.3 Der verlustlose streufreie Übertrager $k = 1$ (S.117)

$$u_1 = N_1\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\Psi_{m1} - \Psi_{m2}\right) \quad u_2 = N_2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\Psi_{m2} - \Psi_{m1}\right) \overset{(7.62)}{=} -u_1\frac{N_2}{N_1} \tag{7.63}$$

Übersetzungsverhältnis:
$$\boxed{\left|\frac{u_1}{u_2}\right| = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}} \tag{7.64}$$

6.7.4 Der ideale Übertrager: $R_m \to 0$(S.117)

$$\Theta = N_1\,i_1 - N_2\,i_2 \overset{(6.49)}{=} R_m\,\Psi_m = R_m\left(\Psi_{m1} - \Psi_{m2}\right) \overset{(6.46)}{=} \frac{l}{\mu\,A}\left(\Psi_{m1} - \Psi_{m2}\right) \tag{7.65}$$

Näherungslösung für $R_m \to 0$ gilt:
$$\boxed{\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}}} \tag{7.66}$$

kein Leistungsverlust:
$$P_1 = u_1\,i_1 = \left(-\ddot{u}\,u_2\right)\frac{i_2}{\ddot{u}} = -u_2\,i_2 = R_2\,{i_2}^2 = P_2 \tag{7.67}$$

Ideale Übertrager:
$$\boxed{\frac{u_p}{u_s} = \frac{N_p}{N_s} = \ddot{u} = \frac{i_s}{i_p} \quad \text{und} \quad u_p\,i_p = u_s\,i_s} \tag{7.69}$$

6.7.5 Die Widerstandstransformation (S.119)

$$\boxed{R_e = \frac{u_p}{i_p} = \frac{u_p}{i_p}\,\frac{u_s\,i_s}{u_s\,i_s} \overset{(7.69)}{=} \ddot{u}\,u_s\frac{\ddot{u}}{i_s} = \ddot{u}^2\,R_2} \tag{7.70}$$

6.7.6 Ersatzschaltbilder für den verlustlosen Übertrager (S.119)

$$u_0 = R_1\,i_p + L_{11}\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} \qquad u_p = u_0 - R_1\,i_p = L_{11}\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} \tag{7.71}$$

$$0 = R_2\,i_s - M\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} \qquad u_s = R_2\,i_s = M\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}t} - L_{22}\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} \tag{7.71}$$

*Einführung eines Ersatznetzwerkes mit $L_{11} - M = L_{s1}$ und $L_{22} - M = L_{s2}$ als **Streuinduktivitäten** und $M = L_h$ als **Hauptinduktivität**. Somit gelten folgende Maschenumläufe:*

$$u_0 = R_1\,i_p = L_{s1}\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}t} + L_h\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(i_p - \frac{i_s}{\ddot{u}}\right) \qquad u_0 - R_1\,i_p = \underbrace{(L_{s1} + L_h)}_{L_{11}}\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}t} - \underbrace{L_h\frac{1}{\ddot{u}}}_{M}\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}$$

$$0 = \ddot{u}\,u_s = -L_h\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(i_p - \frac{i_s}{\ddot{u}}\right) + L_{s2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{i_s}{\ddot{u}} \qquad u_s = \underbrace{L_h\frac{1}{\ddot{u}}}_{M}\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}t} - \underbrace{L_{s2} + L_h)\frac{1}{\ddot{u}^2}}_{L_{22}}\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}$$

vgl. mit Gl. (7.71): $$\boxed{L_h = \ddot{u}\,M \quad L_{s1} = L_{11} - \ddot{u}\,M \quad L_{s2} = \ddot{u}^2\,L_{22} - \ddot{u}\,M} \tag{7.73}$$

Dies entspricht somit den Gl. (7.71). Das Übersetzungsverhältnis ü darf somit frei gewählt werden.
Diese Vorgehensweise dient der Vereinfachung des Netzwerkes.

Das Übersetzungsverhältnis kann aber auch so gewählt werden, das eine der beiden Streuinduktivitäten verschwindet. Wie im Folgenden: $L_{s2} = 0$

$$L_{s2} = 0 = \ddot{u}^2\,L_{22} - \ddot{u}\,M = \ddot{u}\,L_{22} - M \quad \rightarrow \quad \ddot{u} = \frac{M}{L_{22}} = \frac{M}{\sqrt{L_{22}}^2}\frac{\sqrt{L_{11}}}{\sqrt{L_{11}}} \overset{(7.31)}{=} k\sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}}$$

für $L_{s2} = 0$ gilt: $$\frac{L_{11}}{L_{22}} \overset{(6.69)}{=} \frac{{N_p}^2\,A_L}{{N_s}^2\,A_L} = \frac{{N_p}^2}{{N_s}^2} \quad \rightarrow \quad \ddot{u} = k\,\frac{N_p}{N_s} \tag{7.75}$$

analog
für $L_{s1} = 0$ gilt: $$\ddot{u} = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} = \frac{1}{k}\,\frac{N_p}{N_s} \tag{7.76}$$

Streuung oder
Streugrad: $$\boxed{\sigma = 1 - k^2} \tag{7.74}$$

verlustlos + streufrei:
$\sigma = 0$ bzw. $k = 1$ $$\ddot{u} = \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} \quad \text{und} \quad M \overset{(7.31)}{=} \sqrt{L_{11}\,L_{22}}$$

6.7.7 Der Spartransformator (S.124)

Der Pimärkreis hat
weniger Windungen
als der Sekundärkreis: $$\frac{u_p}{u_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \qquad \frac{i_p}{i_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} \tag{7.77}$$

Der Pimärkreis hat
mehr Windungen
als der Sekundärkreis: $$\frac{u_p}{u_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} \qquad \frac{i_p}{i_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \tag{7.78}$$

7 Zeitlich periodische Vorgänge (S.125)

7.1 Kurvenformen und ihre Kenngrößen (S.125)

Für periodische Signalverläufe gilt:
$$u(t + n\,T) = u(t) \qquad u(\omega\,t + n\,2\pi) = u(\omega\,t) \tag{8.1}$$

Mittelwert:
$$\bar{u} = \frac{1}{T}\int\limits_{t=t_0}^{t_0+T} u(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\varphi=\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} u(\varphi)\,\mathrm{d}\varphi = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\omega t=\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} u(\omega\,t)\,\mathrm{d}(\omega\,t) \tag{8.3}$$

Gleichrichtwert:
$$|\bar{u}| = \frac{1}{T}\int\limits_{t=t_0}^{t_0+T} |u(t)|\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\varphi=\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} |u(\varphi)|\,\mathrm{d}\varphi = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\omega t=\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} |u(\omega\,t)|\,\mathrm{d}(\omega\,t) \tag{8.4}$$

sinusförmiger Verauf von $u(t) = \hat{u}\,\sin(\omega\,t)$:
$$|\bar{u}| = \frac{\hat{u}}{2\pi}\int\limits_{0}^{2\pi} |\sin(\omega\,t)\,\mathrm{d}(\omega\,t) = \frac{\hat{u}}{\pi}\int\limits_{0}^{\pi} |\sin(\omega\,t)\,\mathrm{d}(\omega\,t)$$
$$= \frac{-\hat{u}}{\pi}\,\cos(\omega\,t)\Big|_0^{\pi} = \frac{2}{\pi}\hat{u} \tag{8.5}$$

Effektivwert der Spannung:
$$\boxed{u_{\mathit{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_{t=t_0}^{t_0+T} [u(t)]^2\,\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int\limits_{\omega t=\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} [u(\omega\,t)]^2\,\mathrm{d}(\omega\,t)}} \tag{8.6}$$

Momentanwert der Verluste an einem Widerstand mit $u(t)$ und $i(t)$:
$$\boxed{p(t) = u(t)\,i(t) \overset{(3.41)}{=} [i(t)]^2\,R = \frac{[u(t)]^2}{R}} \tag{8.7}$$

Zeitl. Mittelwert der Verluste an einem Widerstand mit u_{eff} und i_{eff}:
$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{T}\int\limits_{t=t_0}^{t_0+T} p(t)\,\mathrm{d}t = i_{\mathit{eff}}^{\ 2}\,R = \frac{1}{R}\,u_{\mathit{eff}}^{\ 2}} \tag{8.8}$$

sinusförmiger Verauf von $i(t) = \hat{i}\,\sin(\omega\,t)$:
$$i_{\mathit{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int\limits_{0}^{2\pi} [\hat{i}\,\sin(\omega\,t)]^2\,\mathrm{d}(\omega\,t)} \tag{8.9}$$

Mit dem Additionstheorem $\sin^2\,x = \frac{1}{2}(1-\cos\,2x)$ *und dem verschwindenden Integral über die cos-Funktion (der nachfolgenden Gleichung) gilt:*

$$i_{\mathit{eff}} = \sqrt{\frac{\hat{i}^2}{2\pi}\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{1}{2}[1-\cos(2\omega\,t)]\,\mathrm{d}(\omega\,t)} = \sqrt{\frac{\hat{i}^2}{4\pi}\int\limits_{0}^{2\pi} \mathrm{d}(\omega\,t)} = \sqrt{\frac{\hat{i}^2}{2}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = I \tag{8.10}$$

Spitze-Spitze Wert: $u_{ss} = 2\hat{u}$

7.2 Strom- und Spannungsbeziehungen an den Bauelementen (S.127)

$$\boxed{u(t) = R\,i(t)} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{i(t) = \frac{1}{R}\,u(t)} \tag{8.11}$$

$$\boxed{u_L(t) = L\,\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}} \quad \rightarrow \quad \boxed{i_L(t) = \frac{1}{L}\int u_L(t)\,\mathrm{d}t} \tag{8.12}$$

$$\boxed{u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)\,\mathrm{d}t} \quad \rightarrow \quad \boxed{i_C(t) = C\,\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}} \tag{8.14}$$

7.3 Wechselspannung und Wechselstrom (S.129)

zeitlich periodische Signalformen:

$$\boxed{\begin{aligned} u(t) &= \hat{u}\,\cos(\omega\,t + \varphi_u) = \hat{u}\,\sin(\omega\,t + \varphi_u + \pi/2) \\ i(t) &= \hat{i}\,\cos(\omega\,t + \varphi_i) = \hat{i}\,\sin(\omega\,t + \varphi_i + \pi/2) \end{aligned}} \tag{8.15}$$

7.3.1 Der Ohmsche Widerstand an Wechselspannung (S.131)

$$u(t) = \hat{u}\,\sin(\omega\,t) \quad \rightarrow \quad i(t) \overset{(8.11)}{=} \frac{u(t)}{R} = \frac{\hat{u}}{R}\,\sin(\omega\,t) \quad \rightarrow \quad \boxed{\hat{u} = R\,\hat{i}} \tag{8.17}$$

7.3.2 Induktivität an Wechselspannung (S.132)

$$i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)\,\mathrm{d}t = \frac{\hat{u}}{L}\int \sin(\omega\,t)\,\mathrm{d}t = \frac{-\hat{u}}{\omega\,L}\,\cos(\omega\,t) + I_0 \tag{8.18}$$

$$u(t) = \hat{u}\,\sin(\omega\,t) \quad \rightarrow \quad i(t) = -\frac{\hat{u}}{\omega\,L}\,\cos(\omega\,t) = -\frac{\hat{u}}{\omega\,L}\,\sin(\omega\,t - \pi/2)$$

$$\rightarrow \boxed{\hat{u} = \omega\,L\,\hat{i}} \tag{8.19}$$

An einer Induktivität sind Wechselspannung und Wechselstrom um 90 bzw. $\pi/2$ phasenverschoben, wobei der Strom nacheilt.

induktiver Widerstand oder induktiver Blindwiderstand

$$\boxed{\frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \omega\,L = X_L} \tag{8.20}$$

induktiver Bindleitwert:

$$\boxed{B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega\,L}} \tag{8.20}$$

Der Widerstand steigt linear mit der Frequenz an. Für Gleichspannung stellt die Induktivität einen Kurzschluss dar, bei sehr hoher Frequenz wird sie zum Leerlauf.

7.3.3 Der Kondensator an Wechselspannung (S.133)

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\hat{u}\,\sin(\omega\,t)\right] = \omega\,C\,\hat{u}\,\cos(\omega\,t) = \omega\,C\,\hat{u}\,\sin(\omega\,t + \pi/2)$$

$$\rightarrow \boxed{\hat{u} = \frac{1}{\omega\,C}\hat{i}} \tag{8.21}$$

An einer Kapazität sind Wechselspannung und Wechselstrom um 90 bzw. $\pi/2$ phasenverschoben, wobei die Spannung nacheilt.

kapazitiver Widerstand oder kapazitiver Blindwiderstand

$$\boxed{\frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega\,C} = X_C} \tag{8.22}$$

kapazitiver Bindleitwert:

$$\boxed{B_C = \frac{1}{X_C} = \omega\,C} \tag{8.22}$$

Der Widerstand nimmt mit steigender Frequenz ab. Für Gleichspannung stellt der Kondensator einen Leerlauf dar, bei sehr hoher Frequenz wird er zum Kurzschluss.

7.3.4 Die Diode an Wechselspannung (S.134)

$$i(t) = \frac{1}{r}\,[u(t) - U_k] = \frac{1}{r}\,[\hat{u}\,\sin(\omega\,t) - U_k] \tag{8.23}$$

7.4 Komplexe Wechselstromrechnung (S.135)

$$\underline{u} = \mathrm{Re}\{\underline{u}\} + \mathrm{j}\,\mathrm{Im}\{\underline{u}\} = \hat{u}\,\cos(\omega\,t + \varphi_u) + \mathrm{j}\,\hat{u}\,\sin(\omega\,t + \varphi_u) \tag{8.24}$$

$$\underline{u} = \hat{u}\,[\cos(\omega\,t + \varphi_u) + \mathrm{j}\,\sin(\omega\,t + \varphi_u)] = \hat{u}\,e^{\mathrm{j}\,(\omega\,t+\varphi_u)} = \hat{u}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_u}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t} \tag{8.25}$$

Den in die komplexe Ebene übertragenen Spannungszeiger $\underline{u}$ kann man darstellen als das Produkt aus einem zeitunabhängigen Faktor $\hat{u}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_u}$ und dem Zeitfaktor $e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}$

Die komplexen Amplituden:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \underline{u} = \hat{u}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_u}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t} = \underline{\hat{U}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t} & \underline{\hat{U}} = \hat{u}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_u} \\ \underline{i} = \hat{i}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_i}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t} = \underline{\hat{I}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t} & \underline{\hat{I}} = \hat{I}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_i} \end{array}} \tag{8.26}$$

7.4.1 Beispiel 1 (S.137)

Schritt 1:

Komplexe Amplitude für $u(t) = \hat{u}\,\sin(\omega\,t + \varphi_u)$

$$\begin{array}{l} u(t) = \hat{u}\,\sin(\omega\,t + \varphi_u) = \hat{u}\,\cos(\omega\,t + \varphi_u - \pi/2) \\ \rightarrow \quad \underline{\hat{U}} = \hat{u}\,e^{\mathrm{j}(\varphi_u - \pi/2)} \end{array} \tag{8.27}$$

Schritt 2:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\underline{\hat{U}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}\right] = \mathrm{j}\,\omega\,\underline{\hat{U}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \rightarrow \mathrm{j}\,\omega} \tag{8.28}$$

$$\int \underline{\hat{U}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega}\,\underline{\hat{U}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t} \quad \rightarrow \quad \boxed{\int \mathrm{d}t \rightarrow \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega}} \tag{8.29}$$

Es gelten somit folgende Beziehungen zwischen den komplexen Amplituden:

Ohmschen Widerstand: $\boxed{\underline{\hat{U}} = R\,\underline{\hat{I}}}$ (8.30)

Induktivität: $\boxed{\underline{\hat{U}} = \mathrm{j}\,\omega\,L\,\underline{\hat{I}}}$ (8.31)

Kapazität: $\boxed{\underline{\hat{U}} = \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega\,C}\,\underline{\hat{I}}}$ (8.32)

Impedanz (zeitl. unabhängig): $\frac{\underline{u}}{\underline{i}} \overset{(8.26)}{=} \frac{\underline{\hat{U}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}}{\underline{\hat{I}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}} = \frac{\underline{\hat{U}}}{\underline{\hat{I}}} = \underline{U} \quad \rightarrow \quad \boxed{\underline{\hat{U}} = \underline{Z}\,\underline{\hat{I}}}$ (8.33)

$$\boxed{\underline{Z} = R + \mathrm{j}\,X = |\underline{Z}|\,e^{\mathrm{j}\,\varphi}} \quad \text{mit} \quad \boxed{|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}} \quad \text{und} \quad \boxed{\tan\varphi = \frac{X}{R}} \tag{8.34}$$

Für den ohmschen Widerstand R (hat nur einen Realteil), die Induktivität L und die Kapazität C (beide haben nur einen Imaginärteil) gilt:

$$\boxed{\underline{Z}_R = R \quad \underline{Z}_L = \mathrm{j}\,\omega\,L = \mathrm{j}\,X_L = X_L\,e^{\mathrm{j}\,\pi/2} \quad \underline{Z}_C = \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega\,C} = -\mathrm{j}\,X_C = X_C\,e^{-\mathrm{j}\,\pi/2}}$$

Admittanz: $$\boxed{\underline{Y} = |\underline{Y}|\, e^{\mathrm{j}\,\Psi} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{|\underline{Z}|\, e^{\mathrm{j}\,\varphi}} = \frac{1}{|\underline{Z}|} e^{-\mathrm{j}\,\varphi}} \tag{8.36}$$

Maschenregel: $$\boxed{\sum_{Masche} \underline{\hat{U}} = 0} \tag{8.37}$$

Knotenregel: $$\boxed{\sum_{Knoten} \underline{\hat{I}} = 0} \tag{8.38}$$

<u>Schritt 3:</u>
Multiplikation der komplexen Amplitude mit dem Zeitfaktor $e^{j\,\omega\,t}$ und anschließende Realteilbildung.

7.4.2 Beispiel 2: Lösung mit der komplexen Wechselstromrechnung (S.140)

<u>Schritt 1:</u>
Ermittlung der komplexen Amplituden:

$$\hat{u}\,\cos(\omega\,t + \varphi_u) = \mathrm{Re}\left\{\hat{u}\,e^{\mathrm{j}(\omega\,t+\varphi_u)}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\hat{u}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_u}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underline{\hat{U}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}\right\} \tag{8.39}$$

$$\hat{i}\,\cos(\omega\,t + \varphi_i) = \mathrm{Re}\left\{\hat{i}\,e^{\mathrm{j}(\omega\,t+\varphi_i)}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\hat{i}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_i}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underline{\hat{I}}\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}\right\} \tag{8.40}$$

Somit: $\underline{\hat{U}} = \hat{u}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_u}$ $\qquad$ $\underline{\hat{I}} = \hat{I}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_i}$

<u>Schritt 2:</u>

Maschenumlauf: $$\underline{\hat{U}} = \underline{\hat{U}}_R + \underline{\hat{U}}_L \overset{(8.33)}{=} \underline{Z}_R\,\underline{\hat{I}} + \underline{Z}_L\,\underline{\hat{I}} \overset{(8.35)}{=} (R + \mathrm{j}\,\omega\,L)\,\underline{\hat{I}} = \underline{Z}\,\underline{\hat{I}} \tag{8.51}$$

Berechnung der Impedanz: $$\underline{Z} = R + \mathrm{j}\,\omega\,L = \sqrt{R^2 + (\omega\,L)^2}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi} \quad \text{mit } \varphi = \arctan\frac{\omega\,L}{R} \tag{8.52}$$

Somit: $$\underline{\hat{U}} = \underline{Z}\,\underline{\hat{I}} \quad \rightarrow \quad \hat{u}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_u} = \hat{i}\sqrt{R^2 + (\omega\,L)^2}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_i} \tag{8.53}$$

*Es ergeben sich nun **folgende** Gleichungen, diese sind in die Gleichungen (8.49) und (8.50) einzusetzen.*

$$\hat{i} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{R^2 + (\omega\,L)^2}} \quad \text{und} \quad \varphi_u - \varphi_i = \varphi = \arctan\frac{\omega\,L}{R} \tag{8.54}$$

<u>Schritt 3:</u>
*Rücktransformation entfällt, da dies bereits unter **Schritt 1** geschehen ist.*

<u>Berechnung des zeitabhängigen Spannungsverlaufs and der Induktivität:</u>

Komplexe Amplitude: $$\underline{\hat{U}}_L = \underline{Z}_L\,\underline{\hat{I}}_L = \mathrm{j}\,\omega\,L\,\underline{\hat{I}}_L = e^{\mathrm{j}\,\pi/2}\,\omega\,L\,\hat{i}\,e^{\mathrm{j}\,\varphi_i} = \omega\,L\,\hat{i}\,e^{\mathrm{j}(\varphi_i + \pi/2)} \tag{8.55}$$

$$u_L(t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{\hat{U}}_L\,e^{\mathrm{j}\,\omega\,t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\hat{i}\,\omega\,L\,e^{\mathrm{j}(\omega\,t+\varphi_i+\pi/2)}\right\}$$

$$u_L(t) = \hat{u}\frac{\omega\,L}{\sqrt{R^2 + (\omega\,L)^2}}\,\cos\left(\omega\,t + \frac{\pi}{2} + \varphi_u - \arctan\frac{\omega\,L}{R}\right) \tag{8.56}$$

7.5 Resonanzerscheinungen (S.142)

Quellenstrom und Quellenspannung sind bei der Resonanzfrequenz in Phase.

7.5.1 Der Serienschwingkreis (S.142)

Widerstand:	$\underline{Z} = R + \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right) \overset{(8.34)}{=} \lvert\underline{Z}\rvert\, e^{\mathrm{j}\,\varphi}$	(8.60)
Resonanz-frequenz:	$\omega_0 L - \dfrac{1}{\omega_0 C} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\omega_0 = 2\pi\, f_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L\,C}}}$	(8.62)
Spannung an der Induktivität:	$\hat{\underline{U}}_L = \mathrm{j}\,\omega_0\, L\, \hat{\underline{I}} = \mathrm{j}\,\dfrac{L}{\sqrt{L\,C}}\,\dfrac{\hat{\underline{U}}}{R} = \mathrm{j}\,\dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}\,\hat{\underline{U}} \qquad \hat{\underline{U}}_C = -\hat{\underline{U}}_L$	(8.63)
Güte des Serienschwing-kreis:	$\boxed{Q_s = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$	(8.64)

Da die Güte wesentlich größer als 1 werden kann, kann die Spannung an Spule und Kondensator ein Vielfaches der Quellspannung betragen.

7.5.2 Der Parallelschwingkreis (S.146)

Admittanz:	$\underline{Y} = \dfrac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right) \overset{(8.36)}{=} \lvert\underline{Y}\rvert\, e^{\mathrm{j}\,\Psi}$	(8.67)
Resonanz-frequenz:	$\omega_0 C - \dfrac{1}{\omega_0 L} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\omega_0 = 2\pi\, f_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L\,C}}}$	(8.69)
Strom an der Induktivität:	$\hat{\underline{I}}_L = -\mathrm{j}\,\dfrac{1}{\omega_0 L}\,\hat{\underline{U}} = -\mathrm{j}\,\dfrac{\sqrt{L\,C}}{L}\,\hat{\underline{I}}\,R = -\mathrm{j}\,R\sqrt{\dfrac{C}{L}}\,\hat{\underline{I}} \qquad \hat{\underline{I}}_C = -\hat{\underline{I}}_L$	(8.70)
Güte des Parallelschwing-kreis:	$\boxed{Q_p = R\sqrt{\dfrac{C}{L}}}$	(8.71)

Da die Güte wesentlich größer als 1 werden kann, kann die Stromamplitude durch Spule und Kondensator ein Vielfaches des Quellenstroms betragen.

8 Schaltvorgänge (S.159)

8.1 RC-Netzwerk an Gleichspannung

$$\boxed{\tau = R\,C} \tag{9.6}$$

$$\boxed{u_C(t) = u_C(t_0)\, e^{-\dfrac{t-t_0}{R_g C}} + u_{C\infty}\left(1 - e^{-\dfrac{t-t_0}{R_g C}}\right)} \tag{9.13}$$

8.2 RL-Netzwerk an Gleichspannung

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}} \tag{9.19}$$

$$\boxed{i_L(t) = i_L(t_0)\, e^{-\dfrac{R_g}{L}(t-t_0)} + i_{L\infty}\left(1 - e^{-\dfrac{R_g}{L}(t-t_0)}\right)} \tag{9.25}$$

8.3 Lösen der Gleichungen in 3 Schritten

Schritt 1 :

partikuläre Lösung $u_{C\infty}/i_{L\infty}$

Kondensator wird ersetzt durch:	Leerlauf
Spule wird ersetzt durch:	Kurzschluss

Schritt 2 :

Kondensator bzw. Spule werden entfernt und R_g bestimmt.

Stromquelle wird ersetzt durch:	Leerlauf
Spannungsquelle wird ersetzt durch:	Kurzschluss

Schritt 3 :

$u_C(t_0)/i_L(t_0)$ wird bestimmt

9 Anhang

9.1 Variablen und Konstanten

Die Reihenfolge der Variablen im Vergleich zum Script ist von links nach rechts zu lesen.

Kapitel 1: Das elektrostatische Feld:

elektrische Feldstärke	$\vec{E}$	Arbeit im el. Feld/ Energie des el. Feldes	W_e
elektrostatische Potential	φ_e	elektrische Spannung	U
elektrische Flussdichte/ elektrische Erregung	$\vec{D}$	elektrische Fluss	Ψ_e
Oberflächenladung	σ	Dielektrititätskonstante/ elektrische Feldkonstante	ϵ
Kapazität	C	Energiedichte des el. Feldes	ω_e

Kapitel 2: Das stationäre elektrische Strömungsfeld:

Stromstärke	I	Stromdichte	$\vec{J}$
Raumladungsdichte	ρ	Beweglichkeit	μ_e
spezifische Leitfähigkeit	κ	spezifischer Widerstand	ρ_R
elektrische Widerstand	R	elektrische Leitwert	G
Leistung	P	Verlustleistungsdichte	ρ_V

Kapitel 3: Stromleitungsmechanismen:

Knickspannung	U_k

Kapitel 4: Einfache elektrische Netzwerke:

Lastwiderstand	R_L	Innenwiderstand	R_i
Wirkungsgrad	ν		

Kapitel 5: Das stationäre Magnetfeld:

magnetische Flussdichte	$\vec{B}$	magnetische Feldstärke	$\vec{H}$
Permeabilität/ magn. Feldkonstante	μ	Durchflutung	Θ
Windungszahl	N	magnetische Spannung	V
magnetische Fluss	Ψ_m	magnetische Widerstand	R_m
magnetische Leitwert	Λ_m	Induktivität	L
A_L-Wert	A_L		

Kapitel 6: Das zeitliche veränderliche elektromagnetische Feld:

Gegeninduktivität	M	Koppelfaktor	k

Arbeit im magn. Feld/ Energie des magn. Feldes	W_m	Energiedichte des magn. Feldes	ω_m
Scheitelwert des Flusses	$\hat{\Psi}_m$	Winkelgeschwindigkeit	ω
Frequenz	f	Scheitelspannung	$\hat{u}$
Übersetzungsverhältnis	$\ddot{u}$	Scheitelstrom	$\hat{i}$
Spannung im Primärkreis	u_p	Spannung im Sekundärkreis	u_s
Streuinduktivität	L_{s1}	Hauptinduktivität	L_h
Streuung/Streugrad	σ		

Kapitel 7: Zeitlich periodische Vorgänge:

Mittelwert	$\underline{u}$	Gleichrichtwert	$\underline{\hat{u}}$
Effektivspannung	u_{eff}	Effektivstrom	i_{eff}
zeitl Mittelwert der Leistung	$\bar{P}$	Spitze-Spitze Wert	u_{ss}
Spannung an der Induktivität	u_L	Spannung am der Kondensator	u_C
induktiver Widerstand/ induktiver Blindwiderst.	X_L	induktiver Blindleitwert	B_L
kapazitiver Widerstand/ kapazitiver Blindwiderst.	X_C	kapazitiver Blindleitwert	X_C
Imaginärteil	j	komplexe Spannnungs-amplitude	$\underline{\hat{U}}$
komplexe Strom-amplitude	$\underline{\hat{I}}$	Impedanz	$\underline{Z}$
Scheinwiderstand	$\lvert\underline{Z}\rvert$	Admittanz	$\underline{Y}$
Scheinleitwert	$\lvert\underline{Y}\rvert$		